
 517. Миколці на день народження рідні подарували 1500 грн. Третину він вирішив витратити на геймпад, а решту сховати у скарбничку. Чи зможе Миколка придбати геймпад, який коштує 460 грн?

 518. Розгадай числовий ребус, у якому однаковими буквами позначено однакові цифри.

+ КОКА
КОЛА
ВОДА

§ 13. Текстові задачі на рух



Формула відстані

s — відстань (шлях)
 v — швидкість руху
 t — час руху



Формула
відстані
 $s = v \cdot t$

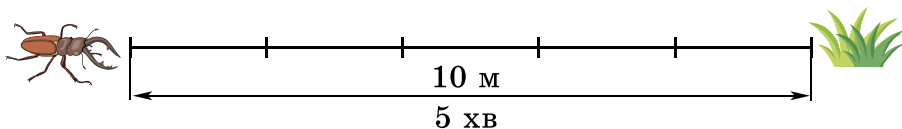


$v = s : t$
 $t = s : v$



1. У задачах на рух будемо вважати, що швидкість руху на всьому шляху не змінювалася, тобто була сталою.
2. Одиниці вимірювання швидкості (км/год, м/хв, м/с тощо) залежать від умови задачі.

Якщо, наприклад, жук за 5 хв проповзає 10 м, то його швидкість вимірюємо в м/хв: $10 : 5 = 2$ (м/хв).



Рух річкою

Під час руху за течією річки *власна швидкість* човна **збільшується** на *швидкість течії*, а під час руху проти течії, навпаки, **зменшується** на швидкість течії. Наприклад, якщо власна швидкість човна 15 км/год, а швидкість течії — 2 км/год, маємо:

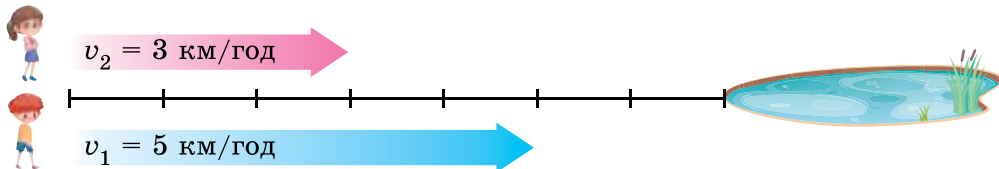
$15 + 2 = 17$ (км/год) — *швидкість човна за течією*,



$15 - 2 = 13$ (км/год) — *швидкість човна проти течії*.

Розглянемо задачі, у яких ідеться про двох учасників руху.

Рух з однієї точки в одному напрямку

Нехай два об'єкти одночасно починають рух в одному напрямку з однієї точки з різними швидкостями $v_1 = 5$ км/год і $v_2 = 3$ км/год.



Тоді за першу годину об'єкт  випередить об'єкт  на 2 км.

Відстань, на яку віддаляються об'єкти за одиницю часу, називають **швидкістю віддалення** $v_{\text{від}}$.

Тоді $v_{\text{від}} = v_1 - v_2$ (якщо $v_1 > v_2$).

Через t год між об'єктами буде відстань $s_{\text{від}}$:

$$s_{\text{від}} = v_{\text{від}} \cdot t = (v_1 - v_2)t.$$

Задача 1. Два автомобілі одночасно виїхали з однієї парковки в одному напрямку. Швидкість першого автомобіля — 60 км/год, швидкість другого — 72 км/год. Яка відстань буде між автомобілями через 9 год?



Розв'язання. $s_{\text{від}} = (v_1 - v_2)t = (72 - 60) \cdot 9 = 12 \cdot 9 = 108$ (км).

Відповідь: 108 км.

Рух з однієї точки у протилежних напрямках

Нехай два об'єкти одночасно починають рух з однієї точки у протилежних напрямках зі швидкостями $v_1 = 5$ км/год і $v_2 = 3$ км/год.



Тоді за першу годину об'єкт  віддаляється від об'єкта  на 8 км. Отже, $v_{\text{від}} = v_1 + v_2$.

Через t год між об'єктами буде відстань $s_{\text{від}}$:

$$s_{\text{від}} = v_{\text{від}} \cdot t = (v_1 + v_2)t.$$

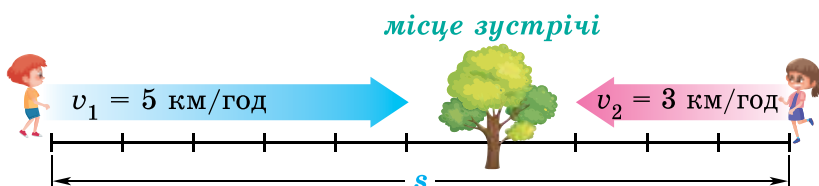
Задача 2. Дві черепахи одночасно почали рухатися з однієї точки у протилежних напрямках зі швидкостями 6 дм/хв і 4 дм/хв. Яка відстань буде між ними через 35 хв?

Розв'язання. $s_{\text{від}} = (v_1 + v_2)t = (6 + 4) \cdot 35 = 10 \cdot 35 = 350$ (дм).

Відповідь: 350 дм.

Рух назустріч

Нехай два об'єкти одночасно починають рух назустріч одне одному зі швидкостями $v_1 = 5$ км/год і $v_2 = 3$ км/год, причому початкова відстань між об'єктами більша за 8 км.



Тоді за першу годину відстань між об'єктами скоротиться на 8 км.

Відстань, на яку зближаються об'єкти за одиницю часу, називають **швидкістю зближення** $v_{\text{збл}}$.

Тоді $v_{\text{збл}} = v_1 + v_2$.

Якщо початкова відстань між об'єктами дорівнює s кілометрів і об'єкти зустрілися через $t_{\text{зустр}}$ год, то

$$s = v_{\text{збл}} \cdot t_{\text{зустр}} = (v_1 + v_2)t_{\text{зустр}}$$

Якщо $t < t_{\text{зустр}}$, то через t год відстань між об'єктами скоротиться на відстань

$$s_{\text{збл}} = v_{\text{збл}} \cdot t = (v_1 + v_2)t$$

Задача 3. Два автобуси виїхали одночасно з двох міст назустріч один одному і зустрілися через 5 год. Швидкість одного — 45 км/год, а другого — на 10 км/год більша. Знайти відстань між містами.

Розв'язання.

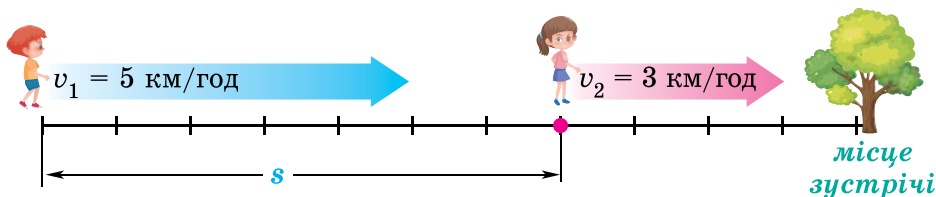
1) $45 + 10 = 55$ (км/год) — швидкість v_2 другого автобуса;



2) $s = (v_1 + v_2)t_{\text{зустр}} = (45 + 55) \cdot 5 = 500$ (км) — відстань між містами.

Відповідь: 500 км.



Рух навздогін

Нехай два об'єкти одночасно починають рух з різних точок в одному напрямку зі швидкостями $v_1 = 5$ км/год і $v_2 = 3$ км/год, причому об'єкт, що має більшу швидкість, рухається позаду, наприклад, наздоганяє другий об'єкт, а початкова відстань між об'єктами більша за 2 км.



Тоді за першу годину об'єкт  стане ближче до об'єкта  на 2 км.

Отже, $v_{\text{збл}} = v_1 - v_2$ (якщо $v_1 > v_2$).

Якщо початкова відстань між об'єктами дорівнює s км і об'єкт  наздогнав об'єкт  через $t_{\text{зустр}}$ год, то

$$s = v_{\text{збл}} \cdot t_{\text{зустр}} = (v_1 - v_2)t_{\text{зустр}}$$

Якщо $t < t_{\text{зустр}}$, то через t год відстань між об'єктами скоротиться на відстань





$$s_{\text{збл}} = v_{\text{збл}} \cdot t = (v_1 - v_2)t$$

Задача 4. З двох пунктів, відстань між якими 120 км, одночасно почали рух в одному напрямку пішохід зі швидкістю 5 км/год і автобус, який наздоганяв пішохода. Знайти швидкість автобуса, якщо він наздогнав пішохода через 2 год.

Розв'язання. 1) $v_{\text{збл}} = s : t_{\text{зустр}} = 120 : 2 = 60$ (км/год).

2) $v_{\text{збл}} = v_1 - v_2$, тоді $v_1 = v_{\text{збл}} + v_2 = 60 + 5 = 65$ (км/год).
Отже, швидкість автобуса 65 км/год.

Відповідь: 65 км/год.


-  Як знайти відстань, знаючи швидкість і час руху?  Як знайти швидкість, знаючи відстань і час на її подолання?  Як знайти час руху, знаючи відстань і швидкість руху?  Як знайти швидкість руху чов-

- на за течією і проти течії, знаючи власну швидкість човна та швидкість течії? ○ Як знайти швидкість віддалення, якщо відомо швидкості v_1 та v_2 об'єктів, що віддаляються (розглянути два випадки)?
- Якою буде відстань $s_{\text{від}}$ між ними через t год? ○ Як знайти швидкість зближення, якщо відомо швидкості v_1 та v_2 об'єктів, що зближуються (розглянути два випадки)? Як скоротиться відстань між об'єктами через t год у випадку їх зближення? ○ Як знайти час $t_{\text{зустр'}}$, через який об'єкти зустрінуться, якщо початкова відстань між ними дорівнює s ?

- 1** 519. (Усно). 1) Юний мандрівник з'ясував, що на шлях за течією річки було витрачено менше часу, ніж на той самий шлях проти течії. Чим це можна пояснити, якщо мотор човна працював однаково справно під час усієї подорожі?
- 2) На шлях по річці від пункту A до пункту B теплохід витратив 3 год, а на зворотний шлях — 2 год 30 хв. У якому напрямку тече річка?

- 2** 520. Знайди невідому величину.

Відстань, s	120 км	180 км		420 м	800 м	
Час, t		4 год	5 год	10 с		7 с
Швидкість, v	30 км/год		18 км/год		20 м/с	12 м/с

521. 1) Один з автомобілів рухався 5 год зі швидкістю 72 км/год, а другий — 4 год зі швидкістю 85 км/год. Який з автомобілів подолав більшу відстань? На скільки?
- 2) Один з велосипедистів за 4 год подолав 56 км, а другий за 3 год подолав 45 км. Який з велосипедистів мав більшу швидкість? На скільки?
- 3) Один з потягів подолав відстань 300 км зі швидкістю 75 км/год, а другий — відстань 204 км зі швидкістю 68 км/год. Який з потягів витратив на дорогу менше часу? На скільки?
522. Відстань від Івано-Франківська до Ужгорода складає  приблизно 280 км. Який час буде витрачено на подолання цієї відстані, якщо швидкість руху дорівнюватиме 40 км/год, 56 км/год, 70 км/год, 140 км/год?

523. Склади задачу за коротким записом та розв'яжи її.

Поїзд	Швидкість v , км/год	Час t , год	Відстань s , км
Товарний	42	6	Однакова
Пасажирський	?	4	

524. Склади задачу за коротким записом і розв'яжи її.

Тварина	Швидкість v , км/год	Відстань s , км	Час t , год
Олень	12	36	Однаковий
Кінь	15	?	

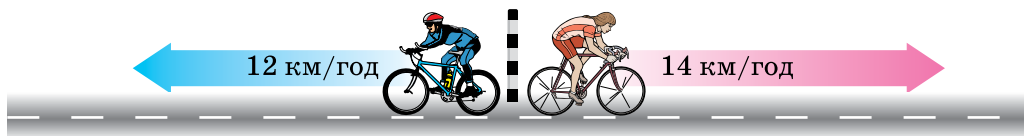
525. Власна швидкість катера дорівнює 15 км/год, а швидкість течії річки — 3 км/год. Знайди:

- швидкість катера за течією річки;
- швидкість катера проти течії річки;
- шлях, який подолає катер за 3 год за течією річки;
- шлях, який подолає катер за 2 год проти течії річки.

526. Власна швидкість човна — 18 км/год, а швидкість течії — 2 км/год. Знайди:

- швидкість човна проти течії річки;
- швидкість човна за течією річки;
- відстань, яку подолає човен за 4 год проти течії річки;
- відстань, яку подолає човен за 3 год за течією річки.

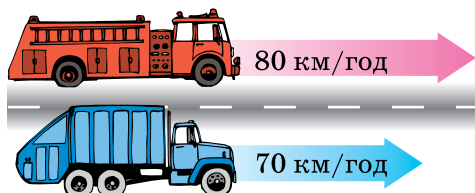
527. 1) Велосипедисти одночасно почали рух з однієї точки в протилежних напрямках. На скільки кілометрів вони віддаляться один від одного за 1 год? 2 год? 5 год?



2) Хлопчик наздоганяє дівчинку. На скільки кілометрів він скоротить відстань до неї через 1 год? 2 год? 5 год?




528. 1) Машини почали рухатися одночасно з однієї точки в одному напрямку. Яка буде відстань між ними через 1 год? 2 год? 7 год?




- 2) Велосипедисти почали рух одночасно назустріч один одному. На скільки кілометрів вони наблизяться один до одного за 1 год? 2 год? 4 год?



529. Відстань від Луцька до Львова — 152 км. Із цих міст  одночасно назустріч один одному виїхали два скутери. Швидкість одного з них 39 км/год, а іншого — 37 км/год. Через який час вони зустрінуться? Запиши розв'язок у вигляді виразу.

530. Від однієї пристані у протилежних напрямках вирушають два катери, швидкості руху яких відповідно 23 км/год та 28 км/год. Через який час відстань між ними становитиме 153 км?

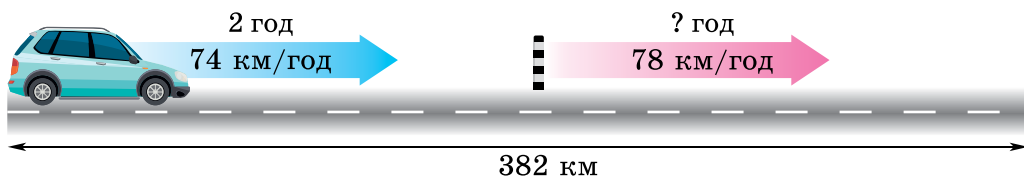
-  531. Човен, власна швидкість якого 22 км/год, плыв 3 год за течією і 2 год проти течії. Яку відстань подолав човен, якщо швидкість течії — 2 км/год?

532. Власна швидкість теплохода 22 км/год, а швидкість течії річки — 2 км/год. Скільки часу витрачає теплохід на шлях між двома пристанями, відстань між якими 120 км, якщо він плыве:

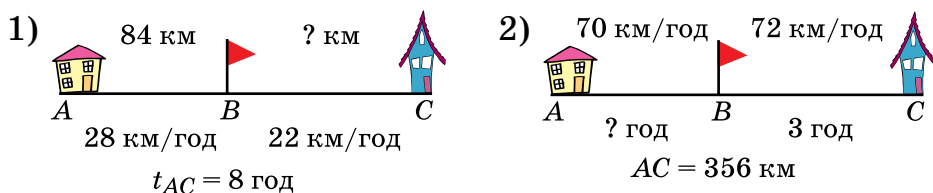
1) за течією; 2) проти течії?

533. Човен, власна швидкість якого 26 км/год, проплив річкою шлях між двома пристанями і повернувся назад. Скільки часу витратив човен, якщо відстань між пристанями становить 168 км, а швидкість течії — 2 км/год.

534. Склади (усно) задачу за малюнком та розв'яжи її.



535. Склади задачу за малюнком. Розв'яжи її.



536. Дві велосипедистки виїхали одночасно назустріч одна одній з двох міст, відстань між якими 78 км. Вони зустрілися через 3 год. Знайди швидкість однієї велосипедистки, якщо швидкість іншої 12 км/год.

537. З Вінниці до Одеси виїхав велосипедист зі швидкістю 18 км/год. У той самий час з Одеси до Вінниці виїхала автівка зі швидкістю 89 км/год. Через 4 год велосипедист і автівка зустрілися. Знайди відстань від Вінниці до Одеси.

538. Олеся вийшла з під'їзду та пішла до школи зі швидкістю 60 м/хв. Через 3 хв з того самого під'їзду вийшов Сашко і пішов у тому самому напрямку зі швидкістю 90 м/хв. Через скільки хвилин після свого виходу Сашко наздожене Олесю?

539. Відстань між містами A і B дорівнює 232 км. З міста B у бік, протилежний до A, виїхав велосипедист зі швидкістю 14 км/год. У той самий час з міста A в тому самому напрямку виїхав мотоцикліст, який наздогнав велосипедиста через 4 год після початку руху. Знайди швидкість мотоцикліста.


4 540. Відстань між пристанями 72 км. Власна швидкість човна становить 21 км/год. За який час човен подолає відстань між пристанями, рухаючись проти течії, якщо, рухаючись за течією, він долає цю відстань за 3 год?

541. Перша автівка провела в дорозі 6 год, а друга – 3 год. Перша пододала на 285 км більше, ніж друга. Яку

відстань подолала кожна автівка, якщо вони рухалися з однаковими швидкостями?

542. Із Чигирина до Києва одночасно виїхали дві автівки. Через 3 год відстань між ними була 24 км. Знайди швидкість однієї з них, якщо швидкість іншої — 85 км/год. Скільки випадків слід розглянути?

543. З міста M у місто N одночасно виїхали два мікроавтобуси зі швидкостями 80 км/год та 85 км/год. Знайди відстань між цими містами, якщо на момент прибуття другого мікроавтобуса в місто N першому ще залишалося проїхати 15 км.

 544. Заповни таблицю та знайди невідоме слово.


1) $37 : 5 = \begin{array}{|c|} \hline \text{П} \\ \hline \end{array}$ (ост. $\begin{array}{|c|} \hline \text{Е} \\ \hline \end{array}$); 2) $51 : 10 = \begin{array}{|c|} \hline \text{С} \\ \hline \end{array}$ (ост. $\begin{array}{|c|} \hline \text{В} \\ \hline \end{array}$);
3) $76 : 12 = \begin{array}{|c|} \hline \text{И} \\ \hline \end{array}$ (ост. $\begin{array}{|c|} \hline \text{О} \\ \hline \end{array}$); 4) $115 : 14 = \begin{array}{|c|} \hline \text{Д} \\ \hline \end{array}$ (ост. $\begin{array}{|c|} \hline \text{Л} \\ \hline \end{array}$).


1	2	3	4	5	6	7	2	8

545. Знайди корені рівнянь $x + 62 = 115$ і $y - 42 = 97$ та обчисли значення виразу $3x - y$.

546. Знайди значення виразу найзручнішим способом:

1) $314 \cdot 66 + 314 \cdot 34$; 2) $43 \cdot 59 + 69 \cdot 43 - 28 \cdot 43$;
3) $942 \cdot 175 - 174 \cdot 942$; 4) $114 \cdot 197 - 114 \cdot 96 - 114$.

 547. *Проектна діяльність.* Маса рюкзака з підручниками для дітей 11–12 років за санітарними нормами має не перевищувати десяту частину маси тіла дитини. Зважте свій рюкзак. Чи відповідає його маса санітарним нормам?

 548. Знайди зручний спосіб для обчислення суми та обчисли.
 $10 + 20 + 30 + \dots + 190 + 200$.

§ 14. Текстові задачі економічного змісту

Задачі економічного змісту — це задачі, пов'язані з вартістю товару, роботою, бюджетом сім'ї, масштабними покупками, податками та роботою банків, веденням фермерського господарства, використанням природних ресурсів тощо.

Розглянемо *задачі про вартість товару* та *задачі на роботу*.

Задачі про вартість товару

Ціна товару — це вартість одиниці товару, наприклад 1 м, 1 кг, 1 л, 1 штуки тощо.

Вартість товару дорівнює ціні товару, помноженій на кількість товару.

C — вартість товару
 a — ціна товару
 n — кількість товару

Формула
вартості
 $C = a \cdot n$

$$a = C : n$$
$$n = C : a$$

Ціна товару дорівнює вартості, поділеній на кількість товару, а **кількість товару** дорівнює вартості, поділеній на ціну.

Задача 1. 1 кг цукерок коштує 75 грн. Скільки коштують 3 кг цукерок? Скільки кг цукерок можна придбати на 300 грн?

Розв'язання. 1) $C = a \cdot n = 75 \cdot 3 = 225$ (грн).

2) $n = C : a = 300 : 75 = 4$ (кг).

Відповідь: 225 грн; 4 кг.

Задачі на роботу

Приклад. Припустимо, що Оля набрала на клавіатурі 9 сторінок тексту за 3 год, а Таня — 8 сторінок за 2 год. З'ясуємо, хто з дівчат працював швидше.

Для цього знайдемо, скільки сторінок набирала кожна з дівчат за 1 год.

1) $9 : 3 = 3$ (стор. за год) — набирала Оля,

2) $8 : 2 = 4$ (стор. за год) — набирала Таня.

Отже, Таня працювала швидше, бо за 1 год набрала більше сторінок, ніж Оля.

Швидкість роботи називають **продуктивністю праці**.

У задачі продуктивність праці Олі склала 3 сторінки за годину, а Тані — 4 сторінки за годину.

Обсяг роботи дорівнює продуктивності праці, помноженій на час виконання роботи.

A — обсяг роботи
 N — продуктивність праці
 t — час виконання роботи



Формула роботи
 $A = N \cdot t$



$N = A : t$
 $t = A : N$

Продуктивність праці дорівнює обсягу роботи, поділеній на час її виконання, а **час виконання роботи** дорівнює обсягу роботи, поділеній на продуктивність праці.

Задача 2. Юля миє 4 тарілки за 1 хв. Скільки тарілок помиє Юля за 5 хв? Скільки потрібно часу, щоб Юля помила 24 тарілки?

Розв'язання. 1) $A = N \cdot t = 4 \cdot 5 = 20$ (т.) — помиє Юля за 5 хв,

2) $t = A : N = 24 : 4 = 6$ (хв) — потрібно Юлі, щоб помити 24 тарілки.

Відповідь: 20 тарілок; 6 хвилин.



Як знайти вартість придбаного товару, знаючи його ціну та кількість?
○ Як знайти ціну товару, знаючи його вартість і кількість? ○ Як знайти кількість товару, знаючи його вартість та ціну? ○ Що таке продуктивність праці? ○ Як знайти обсяг роботи, знаючи продуктивність праці й час виконання роботи? ○ Як знайти продуктивність праці, знаючи обсяг роботи і час її виконання? ○ Як знайти час виконання роботи, знаючи продуктивність праці й обсяг виконаної роботи?

1 549. Порція морозива коштує 15 грн. Скільки доведеться заплатити за 4 такі порції?

550. За 3 однакових тістечка Катруся заплатила 60 грн. Скільки коштує одне тістечко?


551. Артем почистив 30 картоплин за 10 хв. Знайди продуктивність праці Артема.
552. Наталя й Петрик, працюючи удвох, обкопали одне дерево за 8 хв. За який час вони обкопають 4 таких дерева?
- 2 553. Ціна книжки 35 грн. Яка вартість 2 книжок? 3 книжок? 5 книжок? 7 книжок? 12 книжок?
554. Для школярів мали придбати 80 ручок. Яка вартість покупки, якщо ціна однієї ручки 3 грн? 4 грн? 6 грн? 8 грн? 10 грн?
555. Бібліотеці виділили на придбання книжок 3600 грн. Скільки книжок зможе придбати бібліотека, якщо ціна однієї книжки 20 грн? 25 грн? 30 грн? 45 грн? 60 грн?
556. Ціна булочок 7 грн. Скільки булочок можна придбати на 21 грн? 84 грн? 105 грн? 119 грн? 245 грн?
557. Для нагородження призерів олімпіади придбали 20 орфографічних словників. Яка ціна одного словника, якщо вартість покупки 600 грн? 800 грн? 1000 грн? 1200 грн?
558. Потрібно придбати зошитів на суму 120 грн. Яка ціна зошита, якщо придбали 5 зошитів? 6 зошитів? 15 зошитів? 30 зошитів?
559. Принтер друкує 8 сторінок за хвилину. Скільки сторінок він надрукує за 2 хв? 5 хв? 10 хв? 12 хв? 15 хв?
560. Школярка розв'язувала задачі протягом 2 год. Скільки задач вона розв'язала, якщо за годину розв'язувала 3 задачі? 4 задачі? 5 задач? 7 задач? 8 задач?
561. Студентка має здати реферат на 48 сторінках. Скільки часу працюватиме студентка над рефератом, якщо на день буде робити 2 сторінки? 3 сторінки? 4 сторінки? 6 сторінок? 8 сторінок?
562. Майстер виготовляє 12 деталей за годину. За скільки годин він виготовить 36 деталей? 48 деталей? 60 деталей? 72 деталі? 120 деталей?
563. Робітник працював 2 год. Яка в нього продуктивність праці, якщо за ці 2 год він виготовив 12 деталей? 14 деталей? 18 деталей? 24 деталі? 26 деталей?

564. У книжці 180 сторінок. Скільки сторінок на годину має читати учень, щоб прочитати книжку за 6 год? 9 год? 12 год? 15 год? 18 год?

565. (Усно). Склади задачі та знайди невідому величину.

1)	Вартість товару, C	156 грн		180 грн
	Ціна товару, a	13 грн/кг	24 грн/од.	
	Кількість товару, n		8 од.	4 л

2)	Робота, A	20 дерев		180 пляшок
	Продуктивність праці, N	4 дер./год	115 слів/хв	
	Час роботи, t		4 хв	6 хв

566. Аліна купила 2 зошити за ціною 24 грн і 3 олівці  за ціною 8 грн. Яку решту вона отримає від касира з купюри номіналом 200 грн?


567. П'ять блокнотів дорожчі за п'ять ручок на 15 грн. Скільки коштує одна ручка, якщо ціна блокнота 19 грн 50 к.?


568. Тарас почистив 15 фісташок за 5 хв, а Діана — 28 фісташок за 7 хв. У кого з них більша продуктивність праці? На скільки?


3 569. Для виготовлення джему мама придбала 12 кг вишні за ціною a грн/кг, після чого в неї залишилося ще 80 грн. Запиши формулу для обчислення кількості грошей T , що була в мами до придбання вишні. Обчисли T , якщо $a = 35$.



570. Кожний з двох цехів заводу виготовляє по a виробів за день, а кожний з трьох інших цехів — по b виробів за день. Склади буквений вираз для обчислення кількості виробів, виготовлених на підприємстві за день. Обчисли його значення, якщо $a = 214$, $b = 210$.


571. Майстриня за 3 год може розмалювати 18 писанок, а кожна з двох її учениць — 12 писанок за той самий час. За скільки годин, працюючи разом, вони розмалюють 56 писанок?

 572. На день народження дарують букет з непарною кількістю квітів. Ціна тюльпана 24 грн. У Петрика є 200 грн. Яку найбільшу кількість тюльпанів він зможе подарувати Марійці на день народження?


 573. На рахунку мобільного телефону Дениса було 40 грн, а після розмови з Каріною залишилося 36 грн 75 к. Скільки хвилин тривала розмова, якщо одна хвилина розмови коштує 25 к.?


 4 574. Для будівництва гаража використовують один з двох типів фундаменту: або бетонний, або з піноблоків. Для фундаменту з піноблоків потрібно 3 кубометри піноблоків і 6 мішків цементу. Для бетонного фундаменту потрібно 3 т щебеню і 30 мішків цементу. Кубометр піноблоків коштує 800 грн, щебінь — 180 грн за тонну, мішок цементу — 60 грн. Скільки коштуватиме матеріал, якщо вибрати найдешевший варіант фундаменту?

  575. Родина із чотирьох осіб планує поїхати з Києва до Івано-Франківська. Можна їхати поїздом, а можна — на власному авто. Квиток на поїзд для однієї особи коштує 320 грн. Автомобіль витрачає 8 л пального на 100 км шляху, відстань по шосе між містами дорівнює 600 км, а ціна пального — 25 грн за літр. Скільки коштуватиме родині найощадливіший варіант такої подорожі?


 576. Обчисли:


- 1) $247\ 315 + 47 \cdot 203$; 2) $4711 - 3250 : 26$;
3) $(5273 - 4318) \cdot 27$; 4) $(125\ 368 + 414\ 314) : 37$.

 577. З двох міст, відстань між якими 168 км, одночасно назустріч одне одному виїхали велосипедист зі швидкістю 14 км/год і мотоциклістка зі швидкістю, втричі більшою за швидкість велосипедиста. Через скільки годин після початку руху вони зустрінуться?



 578. Розв'яжи рівняння:

- 1) $(473 + x) : 37 = 18$; 2) $(x - 37) \cdot 35 = 1015$.

 579. Задану дистанцію Зоя пробігла за 1 хв 56 с, а Світлана — за 114 с. Чий результат кращий?

 580. Розстав у клітинках знаки «+» та «-» так, щоб рівність була правильна. Знайди три різних розв'язки.

$$1 \square 2 \square 3 \square 4 \square 5 \square 6 \square 7 \square 8 = 20$$

704. Дві мотоциклістки одночасно виїхали з одного міста у протилежних напрямках. Одна їхала зі швидкістю 65 км/год, а друга — на 5 км/год більшою. Яка відстань була між мотоциклістками через 4 год?
705. Дитячий майданчик має форму прямокутника зі сторонами 9 м і 12 м. Після реконструкції його площа зменшилася на третину. Якою стала площа цього майданчика?
-  706. Ширина проїзної частини 18 м, швидкість руху школяра 2 м/с. Чи встигне він перейти по пішохідному переходу під час зеленого сигналу світлофора, який горить упродовж 20 с? Чи зможе цей школяр допомогти перейти проїзну частину бабусі, швидкість якої становить 1 м/с?
-  707. (Задача-жарт, усно). Двоє батьків і двоє синів поділили між собою 3 яблука так, що кожний отримав по яблуку. Як це їм вдалося?

§ 19. Лінійні та стовпчасті діаграми

Графічна інформація є досить наочною і запам'ятовується краще, ніж слова і цифри.

Діаграма — це один із наочних засобів зображення співвідношення між величинами.

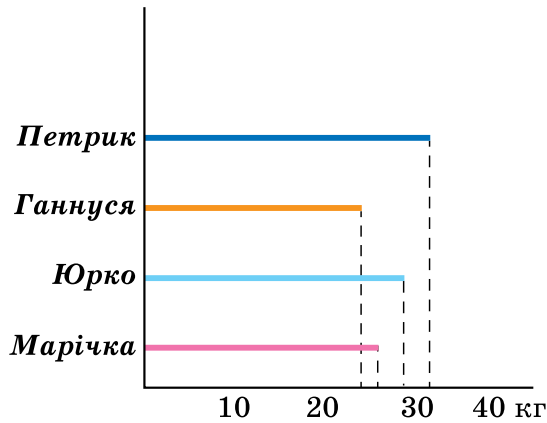
Розглянемо, як показати співвідношення між величинами за допомогою *лінійної* та *стовпчастої діаграм*.



Лінійна діаграма

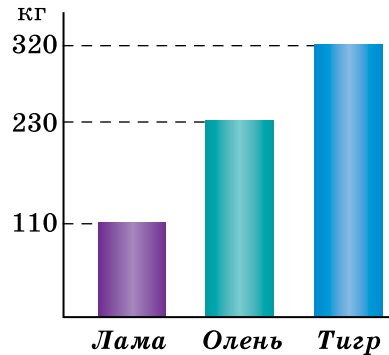
Приклад. Марічка важить 27 кг, Ганнуса — 25 кг, Петрик — 33 кг, Юрко — 30 кг. Покажемо ці дані на лінійній діаграмі. Масу кожної дитини зобразимо за допомогою відрізка. Для зображення 1 кг візьмемо відрізок завдовжки 1 мм. Тоді довжина відрізка зображення ваги Марічки — 27 мм, Юрка — 30 мм, Ганнусі — 25 мм, Петрика — 33 мм.

Отримали *лінійну діаграму*.



Стовпчаста діаграма

Приклад. За даними науковців, максимальна маса лами може сягати 110 кг, оленя — 230 кг, тигра — 320 кг. Покажемо ці дані на стовпчастій діаграмі. Зобразимо маси тварин за допомогою стовпчиків (прямокутників). Ширина цих стовпчиків може бути довільна, але однакова (наприклад, 7 мм), а висота має відповідати масі кожної тварини. Для зображення 10 кг маси візьмемо стовпчик висотою 1 мм. Тоді висота стовпчика для маси лами буде $110 : 10 = 11$ (мм), оленя — $230 : 10 = 23$ (мм), тигра — $320 : 10 = 32$ (мм).

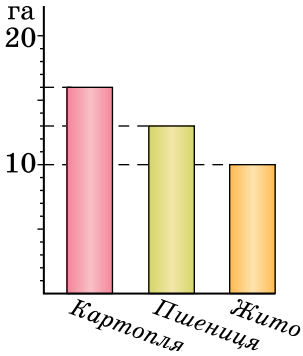


Отримали *стовпчасту діаграму*.

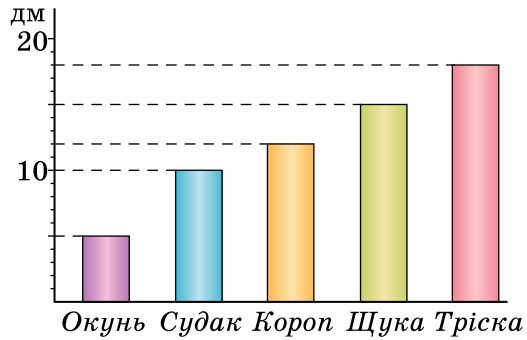
? Для чого використовують діаграми? ○ Як побудувати лінійну діаграму? ○ Як побудувати стовпчасту діаграму?

1 708. Користуючись стовпчастою діаграмою (мал. 19.1), визнач площу ділянок, відведених під різні сільськогосподарські культури у фермерському господарстві.

709. Користуючись стовпчастою діаграмою (мал. 19.2), назви максимальну довжину зазначених на діаграмі риб.



Мал. 19.1



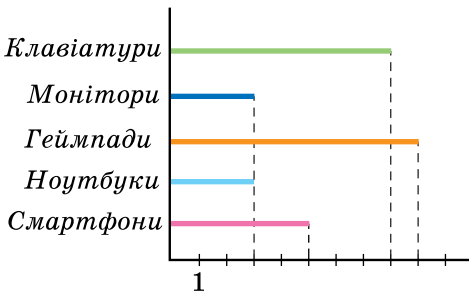
Мал. 19.2

2 710. Розглянь лінійну діаграму (мал. 19.3) продажу магазином електроніки деяких товарів за день. Дай відповіді на питання:

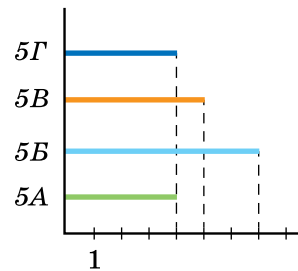


- 1) Скільки продали клавіатур?
- 2) Чого продали більше — смартфонів чи геймпадів?
- 3) Яких товарів продали порівну?

Придумай ще питання за діаграмою та обміняйся питаннями з однокласниками (однокласницями).



Мал. 19.3



Мал. 19.4



711. Розглянь лінійну діаграму кількості дітей — учасників математичної олімпіади (мал. 19.4). Дай відповіді на питання:

- 1) Скільки дітей з 5-Б класу взяло участь в олімпіаді?
- 2) Дітей якого класу, 5-А чи 5-В, було серед учасників більше? На скільки?
- 3) Від яких класів була однакова кількість учасників?

712. У Сергія 29 наліпок, у Богдана — 42, у Юлі — 38. За цими даними побудуй стовпчасту діаграму розподілу кількості наліпок між дітьми, узявши за зображення однієї наліпки стовпчик висотою 1 мм.

713. Побудуй стовпчасту діаграму розподілу хлопців і дівчат у твоєму класі.

714. Тривалість життя дуба становить 1500 років, липи — 800, сосни — 450 років, ялини — 350, берези — 150, верби — 100 років. Побудуй лінійну діаграму тривалості життя цих дерев.

 715. Від Києва до Дніпра 552 км, до Житомира — 131 км,  до Сімферополя — 957 км, до Львова — 549 км.


1) Округли дані до десятків.

2) Візьми для зображення 10 км відстані стовпчик висотою 1 мм та накресли стовпчасту діаграму відстаней від Києва до вказаних міст.

716. Розглянь висоти деяких гірських вершин: Монблан — 4810 м, Ангара-Бурун — 1453 м, Олімп — 2919 м, Говерла — 2061 м.


1) Округли ці значення до сотень.

2) Побудуй стовпчасту діаграму (100 м — 1 мм).

 717. Не обчислюючи, порівняй добутки:


1) $152 \cdot 7$ і $152 \cdot 8$; 2) $471 \cdot 11$ і $473 \cdot 11$;

3) $212 \cdot 32$ і $211 \cdot 30$; 4) $329 \cdot 12$ і $12 \cdot 329$.

 718. Спрости вираз і знайди його значення:


1) $7x \cdot 20y$, якщо $x = 5$, $y = 17$;

2) $125a \cdot 8b \cdot 7c$, якщо $a = 2$, $b = 3$, $c = 1$.

 719. Розв'яжи рівняння:

1) $2y + 3y = 55$;


2) $7x - x + 4 = 40$.

 720. Дітям рекомендується перебувати за комп'ютером не більше ніж 1 годину на день. Олесь вранці до початку уроків пограв у комп'ютерну гру протягом 15 хв, одразу після школи — ще 25 хв, а ввечері — ще 40 хв. На скільки більше Олесь перебував за комп'ютером, ніж рекомендується?

 721. Запиши три наступних числа ряду чисел.

1, 3, 7, 15, 31, ...

781. З вершини прямого кута проведено промінь так, що він ділить прямий кут на два кути, градусна міра одного з яких на 10° більша за міру іншого. Знайди градусну міру кожного із цих двох кутів.


 782. Не розв'язуючи рівняння, знайди, яке із чисел 5, 6, 7 або 8 є коренем рівняння:


1) $5(x - 2) + 4 = 24$; 2) $12 - 3(x - 5) = 6$;
 3) $12 + 3(x + 7) = 57$; 4) $9(x + 3) - 12 = 60$.

783. Як зміниться сума чисел 2317 і 5372, якщо до першого числа додати 712, а до другого — 611?

784. Заповни комірки в ланцюжку.

1)	2)	3)	4)
12 хв	16 діб	16 с	15 хв
↓ · 25	↓ : 2	↓ · 150	↓ : 90
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
↓ + 7 год	↓ - 17 год	↓ + 13 хв	↓ + 5 с
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

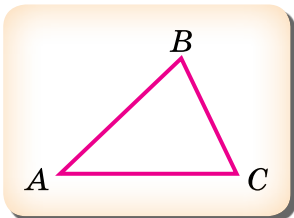
 785. Василь щодня витрачає 20 грн на проїзд до роботи і стільки само назад. Він вирішив їздити туди й назад на велосипеді. Скільки грошей заощадить Василь за тиждень? Чи зможе він через місяць (22 робочих дні) на заощаджені гроші придбати велосипедний шлем вартістю 890 грн?

 786. У класі 28 дітей. Кожний з них або добре співає, або добре танцює. Відомо, що серед будь-яких семи дітей хоча б один добре співає. Яка у класі найбільш можлива кількість тих, хто добре танцює?

§ 22. Трикутник і його периметр. Види трикутників

Трикутник і його периметр

Якщо три точки, які не лежать на одній прямій, сполучити відрізками, то отримаємо **трикутник**.



Точки A , B і C — вершини трикутника ABC , відрізки AB , BC і AC — його сторони, $\angle ABC$, $\angle ACB$ і $\angle BAC$ — його кути.

Суму довжин усіх сторін трикутника називають його **периметром**.

$$P = AB + BC + AC$$

P — периметр трикутника, AB , BC , AC — сторони трикутника.

Позначення трикутника

Трикутник позначають символом « Δ », а назву трикутника дають за назвами його вершин, наприклад ΔABC (читаємо: «трикутник ABC »).

Задача. Периметр трикутника ABC дорівнює 46 см, $AB = 20$ см. Сторона BC на 2 см довша за сторону AC . Знайди довжини сторін BC і AC .

Розв'язання. 1-й спосіб (арифметичний). Оскільки периметр трикутника ABC дорівнює 46 см, $AB = 20$ см, то $AC + BC = 26$ см (див. схему). Тоді $26 - 2 = 24$ (см) — подвоєна довжина сторони AC . Отже, $AC = 24 : 2 = 12$ (см), $BC = 12 + 2 = 14$ (см).

2-й спосіб (за допомогою рівняння). Нехай $AC = x$ (см). Тоді $BC = x + 2$ (см), $P = x + (x + 2) + 20$, але за умовою $P = 46$. Маємо рівняння: $x + (x + 2) + 20 = 46$.

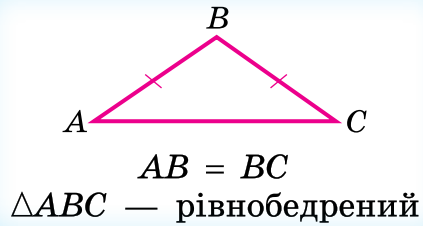
Розв'яжемо його: $(x + x) + (2 + 20) = 46$,
 $x \cdot (1 + 1) + 22 = 46$, $2x + 22 = 46$, $2x = 46 - 22$,
 $2x = 24$, $x = 24 : 2$, $x = 12$ (см).

Отже, $AC = 12$ см, $BC = 12 + 2 = 14$ (см).

Відповідь. $AC = 12$ см, $BC = 14$ см.

Види трикутників за сторонами

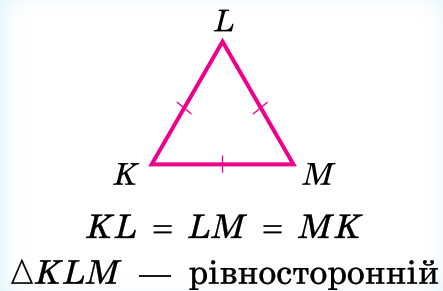
Якщо в трикутнику дві сторони між собою рівні, то його називають **рівнобедреним**.



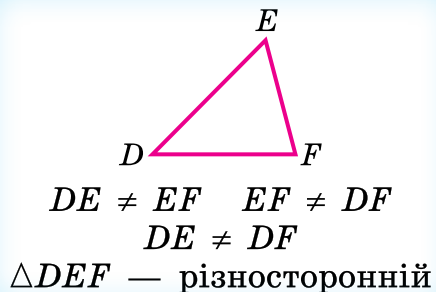
Рівні між собою сторони рівнобедреного трикутника називають **бічними сторонами**, а його третю сторону — **основою**.

Наприклад, на малюнку в рівнобедреному трикутнику ABC AB і BC — *бічні сторони*, AC — *основа*.

Якщо всі сторони трикутника між собою рівні, то його називають **рівностороннім**.



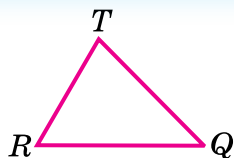
Якщо в трикутнику всі сторони мають різну довжину, то його називають **різностороннім**.



Сума будь-яких двох сторін трикутника більша за третю сторону. І навпаки, якщо сума двох відрізків більша за третій відрізок, то із цих трьох відрізків можна скласти трикутник.

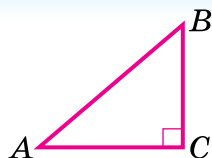
Види трикутників за кутами

Якщо в трикутнику всі кути *гострі*, то його називають *гострокутним*.



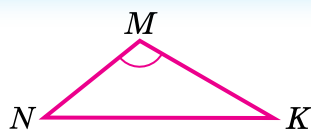
$\triangle TQR$ — гострокутний

Якщо в трикутнику є *прямий* кут, то трикутник називають *прямокутним*.



$\triangle ABC$ — прямокутний

Якщо в трикутнику є *тупий* кут, то трикутник називають *тупокутним*.



$\triangle NМК$ — тупокутний

У трикутнику сума всіх кутів дорівнює 180° .



Будь-який трикутник не може мати більше ніж один прямий або один тупий кут.



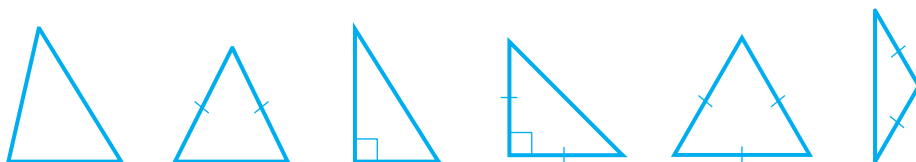
Що таке трикутник? ○ Що називають вершинами трикутника; сторонами; кутами трикутника? ○ Як знайти периметр трикутника? ○ Який трикутник називають рівностороннім; рівнобедреним; різностороннім; гострокутним; тупокутним; прямокутним?

1 787. Накресли $\triangle MPK$. Запиши назви його вершин, сторін, кутів. Виміряй сторони трикутника MPK (у мм) та знайди його периметр. Виміряй кути трикутника та знайди їх суму.

788. Накресли $\triangle NLF$. Запиши назви його вершин, сторін, кутів. Виміряй сторони трикутника NLF (у мм) та

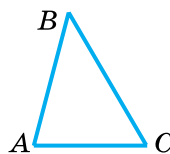
знайди його периметр. Виміряй кути трикутника та знайди їх суму.

789. Визнач вид кожного з трикутників на малюнку 22.1 залежно від сторін і від кутів.



Мал. 22.1

790. Виміряй сторони і кути трикутників на малюнках 22.2 і 22.3. Обчисли їх периметри та суми кутів.

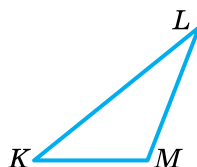


Мал. 22.2

791. Накресли довільний трикутник, виміряй його сторони і кути, обчисли периметр трикутника та суму його кутів.

792. Накресли трикутник ABC , у якого $AB = 4$ см, а $AC = 5$ см. Виміряй сторону BC та знайди периметр трикутника.

793. Побудуй трикутник FLP , у якого $\angle LPF = 105^\circ$. Знайди міри двох інших кутів цього трикутника.



Мал. 22.3

794. 1) Накресли трикутник DEK , у якого $DE = 3$ см, а $EK = 5$ см. Виміряй сторону DK та знайди периметр трикутника.

2) Побудуй трикутник ABC , у якого $\angle ABC = 70^\circ$. Знайди міри двох інших кутів цього трикутника.

795. Кожна сторона трикутника дорівнює 5 см. Як називають такий трикутник? Знайди його периметр.

796. Периметр рівностороннього трикутника дорівнює 36 см. Знайди сторону трикутника.

797. Перша сторона трикутника дорівнює 25 см, друга — удвічі більша за першу, а третя — на 10 см менша від другої. Знайди периметр трикутника.

798. Перша сторона трикутника дорівнює 18 см, друга — 24 см, а третя коротша від другої на 5 см. Знайди периметр трикутника.

799. Периметр земельної ділянки трикутної форми дорівнює 1200 м. Довжина однієї сторони ділянки 380 м, іншої — 570 м. Обчисли довжину третьої сторони.
800. Периметр трикутника дорівнює 25 см. Дві сторони трикутника — по 9 см. Знайди третю його сторону.
801. Одна сторона трикутника дорівнює 48 дм, друга — a дм, а третя — b дм. Склади буквений вираз для обчислення периметра трикутника та знайди його, якщо $a = 42$, $b = 57$.
- 3** 802. Один кут трикутника дорівнює 60° , інший — 40° . Знайди градусну міру третього кута трикутника.
803. Один кут трикутника дорівнює 40° . Знайди суму двох інших кутів цього трикутника.
804. 1) Один кут трикутника дорівнює 50° , другий на 10° більший за перший. Знайди градусну міру третього кута трикутника.
2) Один з гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює 15° . Знайди градусну міру другого гострого кута цього трикутника.
805. Накресли:
1) різносторонній гострокутний трикутник;
2) різносторонній тупокутний трикутник;
3) рівнобедрений прямокутний трикутник.
806. 1) Знайди периметр рівнобедреного трикутника, основа якого дорівнює 10 дм, а бічна сторона — 8 дм.
2) Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 40 см, а його основа — 18 см. Знайди бічну сторону трикутника.
807. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 42 см, а його бічна сторона — 15 см. Знайди основу трикутника.
808. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 30 см, а бічна сторона — a см. Склади вираз для обчислення основи трикутника. Обчисли його, якщо $a = 11$.
809. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 16 см, а периметр — P см. Склади вираз для обчислення бічної сторони трикутника. Обчисли, якщо $P = 40$.
810. За допомогою лінійки і транспортира побудуй трикутник:

- 1) дві сторони якого — 3 см і 4 см, а кут між ними — 80° ;
- 2) одна сторона якого дорівнює 6 см, а кути, що прилягають до цієї сторони, дорівнюють 50° і 70° .

811. За допомогою лінійки і транспортира побудуй трикутник:

- 1) одна сторона якого дорівнює 5 см, а кути, що прилягають до неї, дорівнюють 100° і 30° ;
- 2) дві сторони якого — 7 см і 3 см, а кут між ними — 50° .

4 812. Одна сторона трикутника на 2 см менша від другої і на 3 см менша від третьої. Знайди сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 35 см.

813. Одна сторона трикутника удвічі коротша від другої і на 8 см коротша від третьої. Знайди довжину сторін трикутника, якщо його периметр дорівнює 48 см.

814. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 45 дм, а основа удвічі коротша від бічної сторони. Знайди довжину сторін трикутника.

815. Знайди довжину сторони рівностороннього трикутника, якщо вона на 42 см менша за периметр трикутника.

816. Чи існує трикутник, сторони якого дорівнюють:

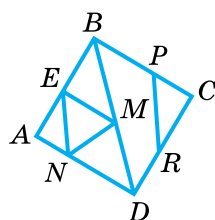
- 1) 12 см, 5 см і 7 см;
- 2) 15 дм, 12 дм і 9 дм;
- 3) 8 см, 3 см і 13 см?

817. Чи можуть бути сторонами трикутника такі відрізки:

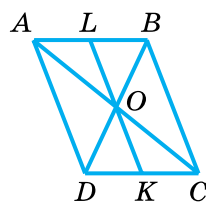
- 1) 5 дм, 7 дм і 13 дм;
- 2) 2 м, 3 м і 5 м;
- 3) 4 см, 5 см і 8 см?

*** 818.** Скільки трикутників зображено на кожному з малюнків 22.4 і 22.5?

819. Два верстальники отримали від замовниці 260 сторінок рукопису. Перший заверстав 120 сторінок, а решту — другий. За цю роботу перший верстальник отримав від замовниці на 300 грн менше, ніж другий. Скільки отримав за свою роботу перший верстальник і скільки — другий, якщо оплата за верстку однієї сторінки у них однакова?



Мал. 22.4



Мал. 22.5

820. Склади задачу до кожного з малюнків і розв'яжи її за допомогою рівняння.

1)



2)



821. Ігор прокинувся о 7.30. Йому знадобилося 10 хв, щоб умитися, 8 хв, щоб поспідати, 9 хв на прибирання кімнати, 7 хв на повторення вірша, 12 хв на дорогу до школи. Скільки вільного часу залишилося в Ігоря до початку уроку, якщо навчання починається о 8.30?



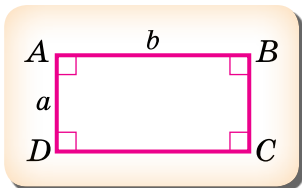
822. У Ірини та Сашка разом 17 наклейок, у Ірини і Тетяни — 15 наклейок, а в Тетяни і Сашка — 20 наклейок. Скільки наклейок у всіх трьох разом?

§ 23. Прямокутник. Квадрат



Прямокутник і його периметр

Чотирикутник, у якого всі кути прямі, називають *прямокутником*.



Сторони прямокутника, які не є протилежними, називають *довжиною* і *шириною* або *суміжними* сторонами.



Протилежні сторони прямокутника між собою рівні.

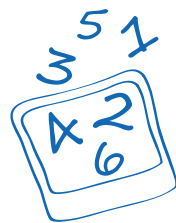
На малюнку $AB = DC$ і $AD = BC$.

РОЗДІЛ II

Подільність натуральних чисел

У ЦЬОМУ РОЗДІЛІ ТИ:

- **ознайомишся** з поняттями дільника і кратного натурального числа; ознаками подільності;
- **дізнаєшся**, що таке прості і складені числа, взаємно прості числа;
- **навчишся** розкладати числа на прості множники, знаходити найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне кількох натуральних чисел.



§ 26. Дільники і кратні натурального числа

Дільники натурального числа

Приклад. Нехай маємо 6 апельсинів. Чи можна всі їх порівну розділити між трьома дітьми? Звісно, що так, бо 6 ділиться на 3 без остачі, і кожний отримає по 2 апельсини. А от якщо дітей буде четверо, то зробити це, не ділячи апельсини на шматочки, буде неможливо. Це тому, що 6 на 4 без остачі не ділиться.

Дільником натурального числа a називають натуральне число, на яке a ділиться без остачі.

Наприклад, дільниками числа 10 є числа 1, 2, 5 і 10, а дільниками числа 17 — числа 1 і 17. Число 10 має чотири дільники, а число 17 — два дільники. Число 1 має лише один дільник — число 1.

! Будь-яке натуральне число a ділиться націло на 1 і a . Отже, 1 і a — дільники числа a , причому 1 — найменший його дільник, a — найбільший.

Задача 1. Знайти всі дільники числа 18.

Розв'язання. Два дільники числа 18 очевидні: 1 і 18. Щоб знайти інші, будемо перевіряти всі натуральні числа поспіль, починаючи з 2. Отримаємо ще чотири дільники: 2, 3, 6 і 9. Отже, число 18 має шість дільників: 1, 2, 3, 6, 9, 18. Цей перебір можна скоротити, якщо, знайшовши один дільник, записувати одразу і той, що є часткою від ділення числа 18 на знайдений дільник. У такий спосіб отримаємо пари дільників: 1 і 18, 2 і 9, 3 і 6.

Під час перебору ці пари зручно одразу записувати так:

1	2	3
18	9	6

Відповідь: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

Кратні натурального числа

У прикладі про апельсини, з якого ми почали, число 6 ділилося на 3, а от на 4 не ділилося. У такому разі кажуть, що число 6 кратне числу 3, але не кратне числу 4.

Кратним натурального числа a називають натуральне число, яке ділиться на a без остачі.

Наприклад, 12, 24, 36, 48, 60 — це перші п'ять кратних числа 12. Будь-яке натуральне число a має безліч кратних. Узагалі всі кратні числа a можна одержати, помноживши a на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., тобто числа a , $2a$, $3a$, $4a$, ... є кратними числа a .




Найменшим з усіх кратних натурального числа є саме це число.





Задача 2. Знайти найменше та найбільше чотирицифрові числа, кратні числу 23.

Розв'язання. 1) 1000 — найменше чотирицифрове число. $1000 : 23 = 43$ (ост. 11). Тому $23 \cdot 44 = 1012$ — найменше чотирицифрове число, кратне числу 23.

2) 9999 — найбільше чотирицифрове число. $9999 : 23 = 434$ (ост. 17). Тому $23 \cdot 434 = 9982$ — найбільше чотирицифрове число, кратне числу 23.

Відповідь: 1) 1012; 2) 9982.

 Надалі, якщо деяке натуральне число ділиться на a без остачі, то про таке число будемо казати, що воно «ділиться на a », або «кратне числу a », або є «кратним числа a ».

 Яке число називають дільником натурального числа a ?  Назви дільники числа 8.  Яке натуральне число називають кратним числом a ?  Назви чотири числа, що є кратними числа 8.

1 919. (Усно). Укажи ті пари чисел, у яких перше число є дільником другого:

1) 3 і 12; 2) 7 і 11; 3) 15 і 5; 4) 1 і 105; 5) 7 і 7.

920. Перевір, чи є перше число дільником другого:

1) 25 і 400; 2) 13 і 1613; 3) 123 і 3321.

921. Перевір, чи є перше число дільником другого:

1) 3 і 112; 2) 42 і 1050; 3) 37 і 1645.

922. (Усно). Укажи ті пари чисел, у яких перше число кратне другому:

1) 14 і 5; 2) 27 і 3; 3) 8 і 16; 4) 12 і 1; 5) 9 і 2.

923. Перевір, чи є перше число кратним другому:

1) 810 і 5; 2) 1036 і 45; 3) 4144 і 37.

924. Перевір, чи є перше число кратним другому:

1) 189 і 3; 2) 1051 і 6; 3) 3000 і 24.

2 925. Запиши всі дільники числа: 16; 28; 17; 40.

926. Запиши всі дільники числа: 14; 24; 19; 60.

927. Запиши чотири числа, кратних числу: 1) 8; 2) 10; 3) 19.

928. Запиши чотири числа, кратних числу: 1) 6; 2) 11; 3) 23.

929. Між скількома дітьми можна порівну поділити 24 цукерки?

930. Чи може касир 90 грн решти дати купюрами по:



1) 2 грн; 2) 5 грн; 3) 10 грн; 4) 20 грн?

931. Чи можна 65 огірків розкласти порівну:

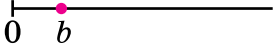
1) у 2 кошики; 2) у 3 кошики; 3) у 5 кошиків?

3 932. Запиши всі двоцифрові числа, кратні числу 19.

933. Запиши всі двоцифрові числа, кратні числу 21.

934. Запиши яке-небудь число, що є дільником чисел:

1) 14 і 18; 2) 15 і 30; 3) 40 і 50; 4) 17 і 25.

- 935.** Запиши яке-небудь число, що є дільником чисел:
 1) 6 і 9; 2) 30 і 40; 3) 16 і 20; 4) 12 і 19.
- 936.** Запиши яке-небудь число, що кратне числам:
 1) 7 і 8; 2) 6 і 8; 3) 5 і 9; 4) 12 і 18.
- 937.** Запиши яке-небудь число, кратне числам:
 1) 3 і 7; 2) 8 і 12.
- 938.** Знайди всі такі значення x , які кратні числу 6 і для яких подвійна нерівність $23 < x < 45$ буде правильна.
- 939.** Знайди всі значення y , що є дільниками числа 30 і для яких подвійна нерівність $2 < y < 14$ буде правильна.
- 940.** Знайди всі значення b , для яких подвійна нерівність $4 < b < 17$ буде правильна і які:
 1) кратні числу 3; 2) є дільниками числа 36.
- 4** **941.** Знайди:
 1) найбільше чотирицифрове число, що кратне числу 115;
 2) найменше п'ятицифрове число, що кратне числу 12.
- 942.** Знайди найменше чотирицифрове число, кратне числу 43, та дізнаєшся рік заснування міста Біла Церква Київської області.
- 943.** Яка найменша кількість горіхів має бути в кошику, щоб їх можна було розкласти на купки або по 6, або по 8, або по 9 горіхів у кожній?
- 944.** На координатному промені позначено число b (див. мал.). Перенеси малюнок в зошит і познач на цьому промені три числа, які кратні числу b .
- 
- 945.** Знайди периметр і площу квадрата, сторона якого дорівнює 5 см. Запиши площу в мм^2 .
- 946.** Округли: 1) до десятків: 12 137, 544;
 2) до сотень: 444, 1297.
- 947.** Таксист за місяць проїхав 1500 км. Витрати бензину для його автівки складають 9 л на 100 км. Скільки грошей витратив таксист на бензин, якщо купував його по 52 грн за 1 л.
- 948.** Доведи, що два довільних натуральних числа a і b мають таку властивість: або a , або b , або $a + b$, або $a - b$ ділиться на 3.

§ 27. Ознаки подільності на 10, 5 і 2

Нехай треба дізнатися, чи ділиться число 137 146 на 5. Для цього можна виконати ділення. А можна з'ясувати і значно простіше, не виконуючи ділення. У цьому допоможуть *ознаки подільності*. Розглянемо деякі з них.

Ознака подільності на 10

Як відомо, будь-яке натуральне число, що закінчується цифрою 0, ділиться на 10.

На 10 діляться всі ті натуральні числа, запис яких закінчується цифрою 0.

Якщо запис числа закінчується будь-якою іншою цифрою, то число не ділиться на 10.

Наприклад, числа 120, 5800, 45 670 діляться на 10, бо їх запис закінчується цифрою 0. А числа 57, 325, 67 901 на 10 не діляться, бо їх запис не закінчується цифрою 0. При діленні на 10 вони будуть давати остачу, що дорівнює останній цифрі числа.

Ознака подільності на 5

На 5 діляться всі ті натуральні числа, запис яких закінчується цифрою 0 або цифрою 5.

Якщо запис числа закінчується будь-якою іншою цифрою, то число не ділиться на 5.

Наприклад, числа 215, 7345, 90 135 діляться на 5, бо їх запис закінчується цифрою 5. Також на 5 діляться числа 720, 64 180, бо закінчуються цифрою 0. А от числа 49, 516, 7224 на 5 не діляться, бо їх запис не закінчується ані цифрою 5, ані цифрою 0.



Цифри 0, 2, 4, 6, 8 називають *парними цифрами*.

Цифри 1, 3, 5, 7, 9, називають *непарними цифрами*.





Ознака подільності на 2

**На 2 діляться всі ті натуральні числа, запис яких закінчується парною цифрою.
Якщо запис числа закінчується непарною цифрою,
то число не ділиться на 2.**

Наприклад, числа 96, 278, 39 450 діляться на 2.
А числа 63, 2559 не діляться на 2.

Натуральні числа, які діляться на 2, називають *парними числами*, усі інші натуральні числа називають *непарними*.


Наприклад, числа 86, 104, 510, 78, 1112 — парні,
а 87, 613, 2001, 405, 9999 — непарні.

-  Як з'ясувати, чи ділиться число на 10; на 5?  Як з'ясувати, чи ділиться число на 2?  Які цифри називають парними; непарними?
 Які числа називають парними; непарними?

- 1** 949. (Усно). Серед чисел 275, 96, 107, 95, 100, 512, 715, 2100, 109 назви ті, що діляться на 2; на 5; на 10.
950. (Усно). Які із чисел 1002, 913, 714, 7008, 411, 1005, 676 є парними, а які — непарними?
951. Які із чисел 6538, 7780, 9835, 10 391, 15 932, 18 060, 44 445 діляться: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10?
952. Які з чисел 120, 215, 222, 317, 348, 413, 415, 680, 736 діляться на: 1) 2; 2) 5; 3) 10.
- 2** 953. Запиши по три чотирицифрових числа, які діляться: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.
954. Запиши по два п'ятицифрових числа, які діляться: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.
955. (Усно). Наприкінці уроку учні здали зошити для контрольних робіт і зошити для вправ, усього 51 зошит. Чи всі учні здали обидва зошити?
956. Заміни «зірочку» в числі 472* такою цифрою, щоб отримане число ділилося на: 1) 2; 2) 5; 3) 10.

957. З'ясуй, якою цифрою в числі 37^* треба замінити «зірочку», щоб воно:

- 1) було парним; 2) було непарним;
3) ділилося на 5; 4) ділилося на 10.

 958. Знайди всі значення b , які кратні числу 10 і для яких нерівність $8195 < b < 8243$ буде правильна.




Вибери найбільше з них і дізнаєшся про кількість населення міста Почаїв Тернопільської області за останнім переписом населення.

959. Запиши значення x , для яких нерівність $413 < x < 424$ буде правильна і які кратні числу 2.

960. Із цифр 0, 1, 5 і 8 склади по три чотирицифрових числа, які діляться: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10. (Цифри в запису числа не мають повторюватися).


961. Чи можна за допомогою лише цифр 1 і 2 скласти:

- 1) число, що ділиться на 10; 2) парне число;
3) число, яке кратне числу 5; 4) непарне число?


 962. За умови, що цифри в числі не повторюються, запиши найбільше:


- 1) чотирицифрове число, яке кратне числу 2;
2) п'ятицифрове число, яке кратне числу 5;
3) шестицифрове число, яке кратне числу 10.

963. Із цифр 2, 0, 5 і 7 склади всі можливі чотирицифрові парні числа, цифри в яких не повторюються.

 964. Микита Кожум'яка вичинив 106 шкур. Перші чотири години він вичиняв по 16 шкур за годину, а потім почав вичиняти по 14 шкур за годину. Скільки часу витратив Кожум'яка на вичинку всіх шкур?

965. На яке число треба поділити 185, щоб остача дорівнювала 3, а неповна частка 14?

 966. Обчисли, скільки знадобиться картоплі для висаджування на присадибній ділянці, довжина якої 90 м, ширина 20 м, якщо на 1 а площі іде 40 кг посадкового матеріалу картоплі.

 967. Перевір, що кожне із чисел 6, 28, 496 дорівнює сумі всіх своїх дільників, не враховуючи самого числа. (Такі числа називають *досконалыми*).

§ 28. Ознаки подільності на 9 і 3

Ознака подільності на 9

Запишемо кілька перших чисел, кратних числу 9:
9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, ...

Як бачимо, число, кратне числу 9, може закінчуватися будь-якою цифрою. Тому дійти висновку про подільність на 9 за останньою цифрою числа не можна. Виберемо кілька чисел, які діляться на 9, і ще кілька — які на 9 не діляться. Обчислимо суму цифр кожного з них і результати занесемо в таблицю.

Число	Чи ділиться число на 9?	Сума цифр	Чи ділиться сума цифр на 9?
1908	Так	18	Так
405	Так	9	Так
58 464	Так	27	Так
1205	Ні	8	Ні
15 478	Ні	25	Ні
256	Ні	13	Ні

На 9 діляться всі ті натуральні числа, сума цифр яких ділиться на 9.

Якщо сума цифр числа не ділиться на 9, то це число не ділиться на 9.



Ознака подільності на 3

Подібною до ознаки подільності на 9 є *ознака подільності на 3*.

На 3 діляться всі ті натуральні числа, сума цифр яких ділиться на 3.

Якщо сума цифр числа не ділиться на 3, то це число не ділиться на 3.

Задача. З'ясувати, чи ділиться на 3 число: 1) 2571; 2) 14 021.
Розв'язання. 1) Знайдемо суму цифр числа 2571:
 $2 + 5 + 7 + 1 = 15$.
 Оскільки 15 ділиться на 3, то й число 2571 ділиться на 3.
 2) Для числа 14 021 маємо: $1 + 4 + 0 + 2 + 1 = 8$.
 Оскільки 8 не ділиться на 3, то і 14 021 не ділиться на 3.
Відповідь: 1) так; 2) ні.

 Як з'ясувати, чи ділиться число на 9?  Як з'ясувати, чи ділиться число на 3?

1 968. (Усно). Із чисел 42, 217, 35, 1002, 8109 вибери ті, що діляться на 3; на 9.

969. Заповни таблицю.

Число	15 894	40 566	56 135	2367	20 004
Сума цифр					
Чи ділиться число на 3?					
Чи ділиться число на 9?					

970. Знайди суму цифр кожного із чисел 135, 207, 396, 1086, 12 002, 576. Які з них діляться:

- 1) на 3;
- 2) на 9?

2 971. Із чисел 180, 2109, 541, 4590, 7891, 111 102 випиши ті, які:

- 1) діляться на 3;
- 2) діляться на 9;
- 3) діляться на 2 і на 3;
- 4) не діляться на 3;
- 5) діляться на 3, але не діляться на 9.

972. Із чисел 582, 509, 450, 3105, 2017 випиши ті, які:

- 1) діляться на 3;
- 2) діляться на 9;
- 3) діляться на 3 і на 2;
- 4) діляться на 9 і на 5.


973. Чи можна скласти трицифрове число, яке не містить однакових цифр і ділиться на 3, із таких цифр:

- 1) 1, 2, 3;
- 2) 2, 3, 5;
- 3) 1, 0, 8?

974. Чи можна з даних цифр скласти чотирицифрове число, що не містить однакових цифр і ділиться на 9:
1) 4, 6, 0, 9; 2) 9, 1, 2, 6?

975. Якою цифрою треба замінити «зірочку», щоб отримане число було кратне числу 9:
1) $7*12$; 2) $456*$; 3) $97*2$.

976. Яку цифру потрібно підставити замість «зірочки», щоб отримати число, яке ділиться на 3:
1) $28*1$; 2) $4*5$; 3) $1111*?$

3 **977.** Запиши всі числа x , які кратні числу 3 і для яких нерівність $458 < x < 473$ буде правильна.
 Вибери найбільше з них і дізнаєшся відстань (у км) між Вінницею і Миколаєвом.

978. Запиши значення y , які кратні числу 3, але не кратні числу 9, для яких справджується нерівність $116 < y < 145$.


979. З даних цифр утвори, якщо це можливо, одне трицифрове число, яке ділиться на 3, і одне трицифрове число, яке ділиться на 9 (цифри в числі можуть повторюватися):
1) 5, 8; 2) 3, 6; 3) 1, 8.

4 **980.** Підстав замість «зірочок» такі цифри, щоб число:
1) $5*7*$ ділилося і на 3, і на 10;
2) $10 0**$ ділилося і на 9, і на 10;
3) $*0 00*$ ділилося і на 5, і на 9;
4) $71**$ ділилося і на 3, і на 5, і на 2.

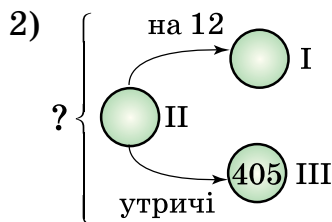
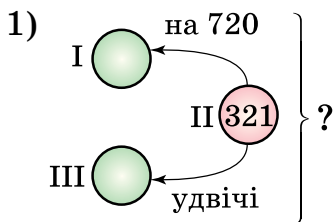
981. Підстав замість «зірочок» такі цифри, щоб число:
1) $2*7*$ ділилося і на 3, і на 5;
2) $20* 06*$ ділилося і на 2, і на 9.

982. Запиши найменше чотирицифрове число, яке ділиться:
1) і на 2, і на 3; 2) і на 5, і на 9;
3) і на 3, і на 10; 4) і на 2, і на 3, і на 5.

*** 983.** Підстав замість «зірочок» такі цифри, щоб число $1*2*$ ділилося на 15. (Знайди всі можливі розв'язки.)

 **984.** Знайди градусну міру кута між стрілками годинника, коли вони показують:
1) 5 год; 2) 6 год; 3) 11 год; 4) 14 год.

985. Склади та розв'яжи задачу за схемою (стрілка спрямована в бік більшого числа).



986. Гумові покришки коліс автомобіля стираються під час руху, утворюючи гумовий пил. Щороку кожний автомобіль розсіє в повітря 10 кг такого пилу. У містечку проживає 3000 родин, $\frac{1}{5}$ яких мають по одному авто, а $\frac{1}{20}$ — по два. Скільки гумового пилу на рік розсіють в повітря автомобілі мешканців цього містечка?



987. На початку гри є купка з 25 паличок. За один хід гравець може взяти з купки 1 або 2 палички. Переможе той, хто візьме останню паличку. Як має діяти той, хто робить перший хід, щоб виграти?

§ 29. Прості і складені числа

Число 11 ділиться тільки на 1 і на себе. Інакше кажучи, число 11 має тільки два дільники: 1 і 11. У числа 8 чотири дільники: 1, 2, 4 і 8. Число 18 має шість дільників: 1, 2, 3, 6, 9 і 18.



Такі числа, як 11, називають *простими числами*, а такі, як 8 і 18, — *складеними числами*.

Натуральне число називають *простим*, якщо воно має тільки два різних дільники: одиницю і саме це число.

Натуральне число називають *складеним*, якщо воно має більше ніж два дільники.

Хоч би яке просте число ми взяли, існує більше за нього просте число. **Простих чисел безліч.** Серед простих чисел лише число 2 є парним, усі інші — непарні.

Найменше просте число — 2, найбільшого простого числа не існує.

Якщо число має хоча б один дільник, відмінний від себе і числа 1, то воно є складеним.



Число 1 є ні простим, ні складеним, оскільки має лише один дільник: саме себе.

Задача. Простим чи складеним є число 10345?
Розв'язання. Це число складене, бо, за ознакою подільності на 5, у нього є дільник 5, відмінний від 1 і 10345.



Будь-яке складене число можна розкласти на два множники, кожний з яких більший за 1 (наприклад, $10345 = 5 \cdot 2069$). Просте число так розкласти на множники неможливо.



Яке число називають простим? ○ Яке число називають складеним?
○ Чому число 1 не є ні простим, ні складеним? ○ Наведи приклади простих чисел; складених чисел.

1 988. (Усно). Використовуючи таблицю простих чисел (див. форзац), назви всі прості числа, які:

- 1) більші за 27, але менші від 42;
- 2) менші від 112, але більші за 85.

989. Перевір, користуючись таблицею простих чисел, які із чисел 197, 203, 239, 489, 563, 839, 871 прості, а які — складені.

990. Визнач, використовуючи таблицю простих чисел, які із чисел 113, 137, 171, 251, 293, 403, 439, 501, 701 прості, а які — складені.

2 991. (Усно). Доведи, що складеним є число:

- 1) 8136;
- 2) 27 125;
- 3) 33 006;
- 4) 123 456.

992. Доведи, що складеним є число:

- 1) 80 001; 2) 7315; 3) 12 340; 4) 738.

993. Запиши всі дільники числа 48. Підкресли ті з них, які є простими числами.

994. Якою цифрою можна замінити «зірочку», щоб число було складеним:

- 1) 72^* ; 2) 257^* ; 3) 4^*3 ; 4) 12^*18^* ?

995. Якою цифрою можна замінити «зірочку», щоб число було складеним:

- 1) 89^* ; 2) 450^* ; 3) 2^*9 ; 4) $^*2512^*$?

3 996. Не заглядаючи в таблицю простих чисел, запиши:

- 1) усі прості числа, більші за 8, але менші від 22;
2) усі складені числа, більші за 38, але менші від 54.

997. Не заглядаючи в таблицю простих чисел, знайди:

- 1) усі прості числа x , для яких нерівність $29 < x < 43$ правильна;
2) усі складені числа y , для яких нерівність $11 < y < 25$ правильна.

998. Простим чи складеним числом є добуток:

- 1) $1 \cdot 19$; 2) $21 \cdot 1$; 3) $7 \cdot 19$; 4) $1 \cdot 2 \cdot 13^*$?

4 999. Чи можна скласти просте трицифрове число, усі цифри в якому різні, із цифр:

- 1) 2, 4, 8; 2) 5, 6, 7; 3) 0, 4, 5?

1000. Чи можна скласти просте трицифрове число, усі цифри в якому різні, із цифр: 1) 0, 5, 8; 2) 1, 3, 8?

1001. Простим чи складеним є число, записане за допомогою:

- 1) п'ятнадцяти одиниць;
2) дві тисячі двадцяти двох п'ятірок;
3) усіх десяти цифр без повторень?

1002. О 8 годині від станції рушила електричка зі швидкістю 70 км/год, а через 3 години в тому самому напрямку рушила ще одна електричка зі швидкістю 65 км/год. Яка відстань була між ними о 16 годині?

1003. Периметр трикутника — 40 см, довжина однієї сторони — a см, а іншої — 15 см. Склади вираз для обчислення довжини третьої сторони трикутника. Обчисли, якщо $a = 8$. Чи може a дорівнювати 5; 21?



1004. Відомо, що доросла людина, яка викурює 1 цигарку на день, вкорочує свій вік на 10 хв, а підліток — на 12 хв. На скільки вкорочують свій вік за місяць підліток та його батько, які викурюють по 2 цигарки на день. (Вважати, що у місяці 30 днів.)



1005. Обчисли зручним способом:

1) $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 97 + 99$;

2) $2 + 4 + 6 + \dots + 98 + 100 - 1 - 3 - 5 - \dots - 97 - 99$.

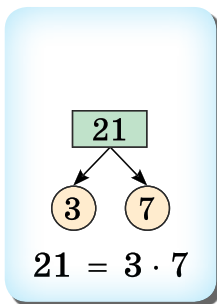
§ 30. Розкладання чисел на прості множники

Якщо число складене, то його завжди можна подати у вигляді добутку двох або більше множників, кожний з яких відмінний від одиниці.

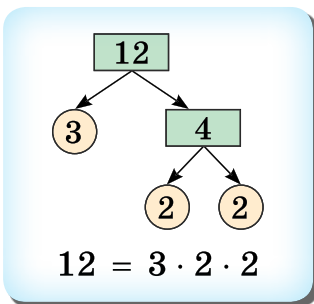
Поняття про розкладання на прості множники

Якщо складене число записали у вигляді добутку, усі множники якого прості числа, то кажуть, що складене число *розклали на прості множники*.

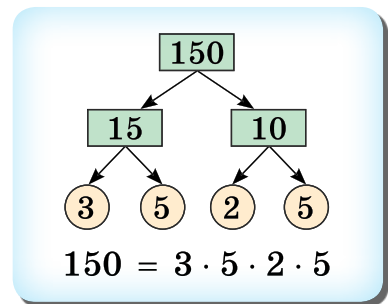
Зрозуміти, як розкласти число на прості множники допоможе «дерево множників». Прості числа на «дереві» будемо записувати в круглих комірках, а складені — в прямокутних. Розглянемо «дерево множників» на прикладі чисел 21, 12 і 150.



$21 = 3 \cdot 7$



$12 = 2^2 \cdot 3$



$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$



Розкладаючи числа на прості множники, доцільно використовувати ознаки подільності на 2, 3 та 5.

Задача 1. Розкласти на прості множники число 420.

Розв'язання. Запишемо число 420. Праворуч від нього проведемо вертикальну риску. Це число ділиться на 2, бо закінчується цифрою 0. Запишемо дільник 2 праворуч від риски, а частку $420 : 2 = 210$ запишемо під числом 420. Далі число 210 ділимо на 2, маємо: $210 : 2 = 105$. Число 105 не ділиться на 2, бо є непарним. Але 105 ділиться на 3, бо сума його цифр ($1 + 0 + 5 = 6$) ділиться на 3. Маємо $105 : 3 = 35$. Далі $35 : 5 = 7$. Число 7 — просте, поділивши його на 7, одержимо 1. Розкладання закінчено. Праворуч від риски отримали стовпчик, що складається з простих чисел, добуток яких дорівнює 420. Отже, $420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$.



Розкладом простого числа на прості множники будемо вважати саме це число.



За розкладом числа на прості множники легко знайти всі його дільники. Для цього достатньо з простих множників числа скласти всі можливі добутки.

Задача 2. Знайти всі дільники числа 84.

Розв'язання. Розкладемо число 84 на прості множники: $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$. Дільниками числа 84 є 1, прості числа 2, 2, 3, 7 та всі можливі добутки, які можна з них утворити:
 По два: $2 \cdot 2 = 4$, $2 \cdot 3 = 6$, $2 \cdot 7 = 14$, $3 \cdot 7 = 21$;
 по три: $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$, $2 \cdot 2 \cdot 7 = 28$, $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$;
 по чотири: $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$.
 Отже, дільниками числа 84 є числа: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42 і 84.


? Що означає розкласти число на прості множники? ? Як розкласти число на прості множники? ? Склади «дерево множників» для чисел 33 і 56.

1 1006. (Усно). Чи є розкладом числа на прості множники добуток:

- 1) $2 \cdot 7$; 2) $1 \cdot 13$; 3) $2 \cdot 3 \cdot 18$; 4) $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7$?

1007. (Усно). Розклади на прості множники число:


- 1) 8; 2) 10; 3) 15; 4) 14; 5) 17;
6) 18; 7) 20; 8) 25; 9) 27; 10) 31.

 1008. Розклади на прості множники число:

- 1) 56; 2) 130; 3) 60; 4) 96; 5) 250;
6) 315; 7) 561; 8) 175; 9) 2240; 10) 1782.

1009. Розклади на прості множники число:

- 1) 48; 2) 105; 3) 88; 4) 660;
5) 600; 6) 3003; 7) 2772; 8) 4900.

 1010. Чи ділиться число $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 19$ на:


- 1) 2; 2) 12; 3) 57?

У разі позитивної відповіді знайди частку від ділення.


1011. Знайди частку від ділення:


- 1) числа $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$ на число $2 \cdot 3 \cdot 5$;
2) числа $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ на число 22.

1012. По кошиках, яких менше за 20, порівну розклали 85 яблук. Скільки всього було кошиків і скільки яблук поклали в кожний з них?


 1013. Розклади на прості множники число 990 та знайди всі його дільники.


1014. Розклади на прості множники число 700 та знайди всі його дільники.


 1015. Заміни «зірочки» такими цифрами, щоб рівність $7** = 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot *$ була правильна.

 1016. Розв'яжи рівняння:

- 1) $(4x + 5x) \cdot 13 = 1404$; 2) $(7x - x) : 12 = 315$.

 1017. У двох бідонах разом 48 л молока, причому в одному з них удвічі менше, ніж в іншому. Скільки літрів молока в кожному бідоні?

 1018. Територіальна громада деякого міста налічує 40 370 жителів, $\frac{7}{10}$ з яких — працездатні особи. Скільки працездатних осіб у цій громаді?

 1019. 1) Використовуючи таблицю простих чисел (див. форзац), знайди всі пари простих чисел, у кожній з яких друге число більше за перше на 2. (Такі пари простих чисел називають *числами-близнюками*).

2) Використовуючи калькулятор, комп'ютер або інформацію в інтернеті, спробуй знайти ще кілька таких пар чисел, кожне з яких більше за 1000.

§ 31. Найбільший спільний дільник

Поняття про найбільший спільний дільник

Приклад. Яку найбільшу кількість однакових наборів можна скласти, маючи 32 цукерки «Метелик» і 24 цукерки «Бджілка», якщо треба використати всі цукерки? *Розв'язання.* Кожне із чисел 32 і 24 має ділитися на кількість наборів. Випишемо всі дільники числа 32: 1, 2, 4, 8, 16 і 32 і усі дільники числа 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 і 24. *Спільними дільниками* (їх підкреслено) чисел 32 і 24 є числа 1, 2, 4, 8, а найбільшим з них — 8. Тобто 8 — *найбільший спільний дільник* чисел 32 і 24. Отже, можна скласти 8 наборів, у кожному з яких буде 4 цукерки «Метелик» ($32 : 8 = 4$) і 3 цукерки «Бджілка» ($24 : 8 = 3$).

Найбільшим спільним дільником кількох натуральних чисел називають **найбільше натуральне число**, на яке ділиться кожне із цих чисел.

Найбільший спільний дільник чисел a і b позначають так: НСД ($a; b$). Для попередньої задачі можна записати, що $\text{НСД}(32; 24) = 8$.



Найбільший спільний дільник кількох чисел дорівнює добутку спільних простих множників розкладу цих чисел.

Задача 1. Знайти НСД (630; 1470).

Розв'язання. Розкладемо числа 630 і 1470 на прості множники і підкреслимо ті з них, які є спільними в обох розкладах:

$$630 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5} \cdot \underline{7};$$

$$1470 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5} \cdot \underline{7} \cdot 7.$$

Отже, $\text{НСД}(630; 1470) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$.

Відповідь: 210.

630	2	1470	2
315	3	735	3
105	3	245	5
35	5	49	7
7	7	7	7
1		1	

Задача 2. Знайти НСД (60; 140; 220).

Розв'язання. Маємо: $60 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 3 \cdot \underline{5}$; $140 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{5} \cdot 7$;
 $220 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{5} \cdot 11$.

Отже, $\text{НСД}(60; 140; 220) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$.

Відповідь: 20.

Правило знаходження НСД кількох чисел

Щоб знайти найбільший спільний дільник кількох чисел, достатньо:

- 1) розкласти ці числа на прості множники;
- 2) виписати всі спільні прості множники у знайдених розкладах і обчислити їхній добуток.



Якщо серед даних чисел є дільник усіх інших з даних чисел, то він і буде найбільшим спільним дільником цих чисел.

Задача 3. Знайти НСД (8; 64; 320).

Розв'язання. Оскільки числа 64 і 320 діляться на 8, то $\text{НСД}(8; 64; 320) = 8$.

Відповідь: 8.



Якщо розклади чисел на прості множники не мають спільних множників, то найбільшим спільним дільником цих чисел є число 1.

Взаємно прості числа

Два натуральних числа, найбільший спільний дільник яких дорівнює 1, називають *взаємно простими числами*.

Наприклад, числа 12 і 35 — взаємно прості, адже $\text{НСД}(12; 35) = 1$. Числа ж 15 і 18 не є взаємно простими, бо мають спільний дільник — число 3.

- ? Яке число називають найбільшим спільним дільником кількох чисел? ○ Як знайти найбільший спільний дільник кількох чисел? ○ Число a є дільником числа b . Чому дорівнює НСД ($a; b$)? ○ Які два числа називають взаємно простими?

- 1** 1020. (Усно). Чи є число 4 спільним дільником чисел:
1) 8 і 12; 2) 9 і 16; 3) 20 і 24; 4) 28 і 31?
1021. (Усно). Знайди спільні дільники та найбільший спільний дільник чисел: 1) 2 і 4; 2) 6 і 15; 3) 8 і 18.
1022. Знайди найбільший спільний дільник чисел a і b , якщо: 1) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 17$, $b = 2 \cdot 5 \cdot 13$;
2) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 19$, $b = 3 \cdot 3 \cdot 11$.
1023. Знайди найбільший спільний дільник чисел c і d , якщо: 1) $c = 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$, $d = 3 \cdot 7 \cdot 13$;
2) $c = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$, $d = 2 \cdot 5 \cdot 19 \cdot 23$.
1024. (Усно). Чи є взаємно простими числа:
1) 7 і 14; 2) 9 і 8; 3) 12 і 16; 4) 5 і 11?
- 2** 1025. (Усно). Із чисел 3, 7, 15 і 28 склади всі можливі пари взаємно простих чисел.
1026. Знайди найбільший спільний дільник чисел:
1) 78 і 195; 2) 35 і 18; 3) 210 і 120;
4) 735 і 70; 5) 4, 24 і 32; 6) 36, 54 і 72.
1027. Знайди найбільший спільний дільник чисел:
1) 24 і 40; 2) 70 і 110; 3) 49 і 48;
4) 231 і 273; 5) 5, 25 і 45; 6) 150, 375 і 600.
1028. Запиши три числа, які з числом 12:
1) є взаємно простими; 2) не є взаємно простими.
1029. Запиши чотири числа, які з числом 15:
1) є взаємно простими; 2) не є взаємно простими.
1030. Доведи, що числа: 1) 55 і 42 взаємно прості;
2) 325 і 462 не взаємно прості.
1031. Доведи, що числа: 1) 140 і 546 не взаємно прості;
2) 78 і 385 взаємно прості.
1032. Чи є взаємно простими числа:
1) 3 і 100; 2) 35 і 133; 3) 143 і 209; 4) 2010 і 2012?
1033. Чи є взаємно простими числа:
1) 7 і 48; 2) 21 і 161; 3) 66 і 455; 4) 2005 і 3005?

3 1034. Яку найбільшу кількість однакових подарунків можна скласти з 72 цукерок «Волошка» і 60 цукерок «Троянда», використавши всі цукерки?


1035. У яку найбільшу кількість шкіл можна порівну розподілити усі 108 запрошень на святковий концерт та усі 120 запрошень на виставку, що проходить під час святкування Дня міста? По скільки запрошень кожного виду отримають ці школи?


4 1036. У п'ятих класах 24 хлопці і 36 дівчат. Їх поділили на групи для вивчення іноземних мов так, щоб у кожній групі була однакова кількість дівчат і хлопців. На скільки груп поділили п'ятикласників, якщо груп більше ніж 7?

1037. В одному поїзді 252 купейних місця, а в іншому — 396 купейних місць. По скільки купейних вагонів у кожному поїзді, якщо в усіх купейних вагонах кількість місць однакова і більша за 20?


1038. Із 210 білих, 150 жовтих і 90 червоних троянд треба скласти однакові букети так, щоб у кожному букеті були троянди всіх трьох кольорів. Яку найбільшу кількість таких букетів можна скласти? Скільки троянд кожного кольору буде в кожному букеті?

***** 1039. Для студентського гуртожитку придбали 108 настільних ламп та 144 стільці, які розподілили порівну по всіх кімнатах. Скільки кімнат у гуртожитку, якщо їх більше ніж 14, але менше від 31.

 1040. Площа Італії разом з островами складає приблизно 309 500 км², а площа України — на $\frac{19}{20}$ більша.

 Знайди площу України. Порівняй отриманий результат з точними даними про площу України.

1041. На одній чаші зрівноважених терезів стоїть банка із цукром, а на другій — важки масою 3 кг 500 г. Скільки грамів цукру в банці, якщо порожня банка в 6 разів легша від цукру?

 1042. Марічка планувала купити ігрову «мишку» вартістю 270 грн. Проте, прийшовши до магазину, побачила,

що ціна «мишки» підвищилася на $\frac{1}{9}$. Скільки Маріччі довелося заплатити за «мишку»?



1043. Знайди останню цифру числа:

- 1) 10^{19} ; 2) 5^{2022} ; 3) 3^{15} ; 4) 2^{2024} .

§ 32. Найменше спільне кратне

Поняття про найменше спільне кратне

Приклад. Яка найменша ціла кількість метрів тканини має бути в сувої, щоб її можна було розрізати всю без остачі по 4 м або по 6 м?

Розв'язання. Число метрів у сувої має ділитися і на 4, і на 6, тобто бути кратним і числу 4, і числу 6.

Числа, кратні числу 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36,

Числа, кратні числу 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36,

Спільними кратними (їх підкреслено) чисел 4 і 6 є числа 12, 24, 36, ... , найменше з яких дорівнює 12. Тобто 12 — *найменше спільне кратне* чисел 4 і 6. Отже, найменша кількість метрів тканини, що має бути в сувої — 12 м. Тоді її можна розрізати на 3 частини по 4 м ($12 : 4 = 3$) або на 2 частини по 6 м ($12 : 6 = 2$).

Найменшим спільним кратним кількох натуральних чисел називають найменше натуральне число, яке ділиться на кожне із цих чисел.

Найменше спільне кратне чисел a і b позначають так: НСК (a ; b). Для попередньої задачі НСК (4 ; 6) = 12.

Задача 1. Знайти НСК (30; 36).

Розв'язання. Розкладемо числа на прості множники: $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ і $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$. Їх НСК має ділитися і на 30, і на 36, тому має бути добутком усіх простих множників і першого, і другого чисел.


Розглянемо розклад одного із цих чисел, наприклад $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, і з'ясуємо, яких простих множників другого числа в цьому розкладі немає. Це множники 2 і 3, бо

в розкладі $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ є один множник 2 і один множник 3, а в розкладі $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ два множники 2 і два множники 3. Отже, щоб знайти НСК (30; 36), треба розклад $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ доповнити множниками 2 і 3, яких не вистачає. Маємо: $\text{НСК} (30; 36) = \underbrace{2 \cdot 3 \cdot 5}_{30} \cdot 2 \cdot 3 = 180$.

Правило знаходження НСК двох чисел

Щоб знайти найменше спільне кратне двох чисел, достатньо:

- 1) розкласти ці числа на прості множники;
- 2) доповнити розклад одного з них тими множниками розкладу другого числа, яких не вистачає в розкладі першого;
- 3) обчислити добуток знайдених множників.


 За цим правилом можна знайти найменше спільне кратне трьох і більше чисел. Тоді розклад на прості множники одного із цих чисел треба доповнити тими простими множниками інших чисел, яких не вистачає в його розкладі, та обчислити добуток знайдених множників.

Задача 2. Знайти НСК (42; 66; 90).

Розв'язання. Розкладемо числа 42, 66, 90 на прості множники.


Маємо: $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$; $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$; $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$.

$\text{НСК} (42; 66; 90) = \underbrace{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11}_{42} \cdot 3 \cdot 5 = 6930$.

 Якщо найбільше з даних чисел ділиться на всі інші, то воно і є їх найменшим спільним кратним.

Задача 3. Знайти НСК (6; 9; 36).

Розв'язання. Оскільки число 36 ділиться і на 6, і на 9, то $\text{НСК} (6; 9; 36) = 36$.

 Найменшим спільним кратним двох взаємно простих чисел є добуток цих чисел.
Наприклад, $\text{НСК} (5; 8) = 5 \cdot 8 = 40$.

- ? Яке число називають найменшим спільним кратним кількох чисел? ○ Як знайти найменше спільне кратне двох чисел? ○ Число m ділиться на число n . Чому дорівнює НСК (m ; n)? ○ Як знайти НСК двох взаємно простих чисел?

- 1 1044. (Усно). Чи є число: 1) 36 спільним кратним чисел 3 і 4; 2) 28 спільним кратним чисел 7 і 8; 3) 18 найменшим спільним кратним чисел 2 і 3; 4) 15 найменшим спільним кратним чисел 3 і 5?

1045. Запиши три спільних кратних чисел:

- 1) 2 і 5; 2) 3 і 6; 3) 4 і 7; 4) 5 і 10.

1046. Запиши чотири спільних кратних для чисел:

- 1) 3 і 7; 2) 2 і 8; 3) 6 і 9.

1047. Знайди найменше спільне кратне чисел a і b , якщо:

- 1) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 19$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 5$;
2) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$.

1048. Знайди найменше спільне кратне чисел m і n , якщо:

- 1) $m = 3 \cdot 5 \cdot 7$ і $n = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$;
2) $m = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$ і $n = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$.

- 2 1049. Доведи, що дані числа є взаємно простими, та знайди їх найменше спільне кратне:

- 1) 7 і 9; 2) 8 і 39; 3) 25 і 42.

1050. Знайди найменше спільне кратне чисел:

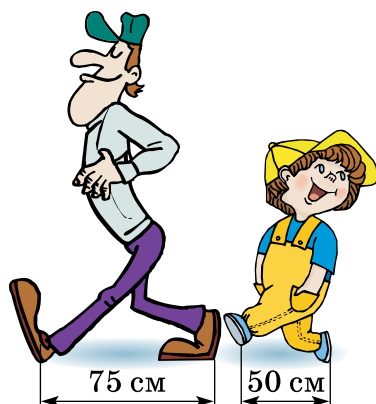
- 1) 15 і 18; 2) 16 і 24; 3) 48 і 72;
4) 350 і 420; 5) 12, 18 і 36; 6) 280, 360 і 840.

1051. Знайди найменше спільне кратне чисел:

- 1) 12 і 10; 2) 16 і 21; 3) 110 і 160;
4) 540 і 306; 5) 15, 25 і 75; 6) 270, 324 і 540.

1052. Знайди НСК (81; 99) та дізнайся відстань (у км) від Полтави до Львова.

- 3 1053. Довжина кроку батька 75 см, а довжина кроку сина 50 см. Яку найменшу однакову відстань вони мають пройти, щоб кількість кроків кожного дорівнювала цілому числу?




1054. Від пункту A вздовж дороги встановлено стовпи через кожні 40 м. Ці стовпи вирішили замінити на інші та встановити через кожні 55 м. Знайди відстань від пункту A до найближчого стовпа, який буде встановлено замість старого.

4 1055. Сергій відвідує свою бабусю кожні 4 дні, його сестра Аліса — кожні 5 днів, а інша сестра Катя — кожні 6 днів. Діти зустрілися в бабусі 1 січня невисокосного року. Якого числа вони зустрінуться в бабусі наступного разу?


1056. Три теплоходи здійснюють регулярні рейси з Одеси. Один з них повертається через 10 діб, другий — через 12 діб, третій — через 18 діб. Теплоходи зустрілися в одеському порту в понеділок. Через скільки діб і в який день тижня вони зустрінуться в цьому порту знову?


1057. Фермер привіз на базар курчат. Їх було більше ніж 115, але менше ніж 145 і при цьому їх можна розділити по 4, по 6 і по 10. Скільки курчат привіз фермер на базар?

 **1058.** Розв'яжи рівняння:

1) $(x - 189) \cdot 307 = 21183$; 2) $(2022 + x) : 29 = 104$.

1059. Заміни «зірочку» в числі 4137* цифрою так, щоб отримане число було кратне числу: 1) 5; 2) 9. Знайди всі розв'язки.

 **1060.** У зимовий період родина Поліщуків витрачає 2500 грн на опалення, на харчування — у 5 разів більше, ніж на опалення, а решта витрат складає половину витрат на опалення та харчування. Скільки грошей витрачає родина Поліщуків у зимовий період?

 **1061.** Відомо, що для будь-яких натуральних чисел a і b справджується рівність

$$\text{НСД}(a; b) \cdot \text{НСК}(a; b) = a \cdot b.$$

Перевір її істинність для таких пар чисел:

1) $a = 18$; $b = 12$; 2) $a = 15$; $b = 17$;

3) $a = 9$; $b = 27$.

Завдання **домашньої самостійної роботи № 6** знаходь за посиланням <https://cutt.ly/mIbbJtT> або скануй QR-код.



Варіант 1

У завданні 1 обері правильну відповідь із запропонованих (А–Г).

1. Укажи кратне числа 7.
А. 15 Б. 21 В. 23 Г. 24
2. Запиши всі дільники числа 48. Підкресли ті з них, які є простими числами.
3. Запиши всі значення a , при яких нерівність $417 < a < 424$ буде правильна і які є кратними числу 2.
4. Якими цифрами треба замінити «зірочки», щоб число $4*3*$ ділилося і на 3, і на 10?

Варіант 2

У завданні 1 обері правильну відповідь із запропонованих (А–Г).

1. Укажи кратне числа 8.
А. 15 Б. 21 В. 23 Г. 24
2. Запиши всі дільники числа 60. Підкресли ті з них, які є простими числами.
3. Запиши всі значення n , при яких нерівність $321 < n < 340$ буде правильна і які є кратними числу 5.
4. Якими цифрами треба замінити «зірочки», щоб число $*17*$ ділилося і на 9, і на 2?

Варіант 3

У завданні 1 обери правильну відповідь із запропонованих (А–Г).

1. Укажи кратне числа 6.
А. 22 Б. 25 В. 30 Г. 31
2. Запиши всі дільники числа 24. Підкресли ті з них, які є простими числами.
3. Запиши всі значення k , при яких нерівність $210 < k < 247$ буде правильна і які є кратними числу 10.
4. Якими цифрами треба замінити «зірочки», щоб число $7*2*$ ділилося і на 3, і на 2?

Варіант 4

У завданні 1 обери правильну відповідь із запропонованих (А–Г).

1. Укажи кратне числа 11.
А. 22 Б. 25 В. 30 Г. 31
2. Запиши всі дільники числа 30. Підкресли ті з них, які є простими числами.
3. Запиши всі значення b , при яких нерівність $514 < b < 521$ буде правильна і які є кратними числу 2.
4. Якими цифрами треба замінити «зірочки», щоб число $*38*$ ділилося і на 9, і на 5?

Варіант 1

У завданні 1 обері правильну відповідь із запропонованих (А–Г).

1. Знайди найбільший спільний дільник чисел a і b , якщо $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ і $b = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$.
А. 6 Б. 10 В. 18 Г. 20
2. Розклади на прості множники число 660.
3. Довжина кроку Сергія 60 см, а Івана – 80 см. Яку найменшу відстань вони мають пройти, щоб кожний зробив цілу кількість кроків?
4. Секція настільного тенісу закупила 36 ракеток і 90 кульок, які порівну розподілили між спортсменами секції. Скільки спортсменів тренується в секції, якщо відомо, що їх більше ніж 14?

Варіант 2

У завданні 1 обері правильну відповідь із запропонованих (А–Г).

1. Знайди найбільший спільний дільник чисел a і b , якщо $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ і $b = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$.
А. 6 Б. 10 В. 18 Г. 20
2. Розклади на прості множники число 990.
3. Дві черепахи вирушають в одному напрямку. Перша зупиняється через кожні 20 см, а друга – через кожні 25 см. На якій найменшій відстані від спільного місця старту їх зупинки збігатимуться?
4. Учніям класу роздали подарунки, у які порівну розклали 48 апельсинів і 72 мандарини. Скільки учнів у класі, якщо відомо, що їх більше ніж 20?

Варіант 3

У завданні 1 обері правильну відповідь із запропонованих (А–Г).

1. Знайди найбільший спільний дільник чисел c і d , якщо $c = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ і $d = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$.
А. 18 Б. 12 В. 10 Г. 6
2. Розклади на прості множники число 780.
3. Довжина кроку Оленки 40 см, а Іванки – 60 см. Яку найменшу відстань вони мають пройти, щоб кожна зробила цілу кількість кроків?
4. Учніям класу порівну роздали 56 зошитів у клітинку і 84 зошити в лінійку. Скільки учнів у класі, якщо відомо, що їх більше за 23?

Варіант 4

У завданні 1 обері правильну відповідь із запропонованих (А–Г).

1. Знайди найбільший спільний дільник чисел c і d , якщо $c = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$ і $d = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13$.
А. 18 Б. 12 В. 10 Г. 6
2. Розклади на прості множники число 630.
3. Два цвіркуни стрибають в одному напрямку. Довжина стрибка одного з них дорівнює 20 см, а другого – 30 см. На якій найменшій відстані від спільного місця старту їх зупинки збігатимуться?
4. До готелю завезли 72 ліжка і 96 стільців, які порівну розподілили по всіх кімнатах. Скільки кімнат у готелі, якщо відомо, що їх більше за 19?

Варіант 1

У завданнях 1–4 обери правильну відповідь із запропонованих (А–Г).

1. Укажи дільник числа 24.
А. 5 Б. 6 В. 7 Г. 168
2. Укажи число, що є кратним числу 2.
А. 136 Б. 137 В. 139 Г. 135
3. Розклади на прості множники число 20.
А. $2 \cdot 2 \cdot 2$ Б. $2 \cdot 5 \cdot 5$
В. $5 \cdot 5 \cdot 5$ Г. $2 \cdot 2 \cdot 5$
4. Укажи пару чисел, у якій обидва числа є простими.
А. 18 і 15 Б. 14 і 5 В. 13 і 7 Г. 11 і 16
5. Знайди найбільший спільний дільник чисел 55 і 132.
6. Знайди найменше спільне кратне чисел 56 і 35.
7. Чи є числа 255 і 476 взаємно простими?
8. Якою цифрою треба замінити «зірочку» в числі 4231*, щоб отримане число було кратним числу: 1) 5; 2) 9? Знайди всі розв'язки.
9. Учень розставив книжки порівну на восьми полицях, а потім переставив їх теж порівну на дванадцяти полицях. Скільки книжок в учня, якщо їх більше за 93, але менше ніж 117?

Варіант 2

У завданнях 1–4 обери правильну відповідь із запропонованих (А–Г).

1. Укажи дільник числа 28.
А. 5 Б. 6 В. 7 Г. 168
2. Укажи число, що є кратним числу 5.
А. 136 Б. 137 В. 139 Г. 135
3. Розклади на прості множники число 50.
А. $2 \cdot 2 \cdot 2$ Б. $2 \cdot 5 \cdot 5$
В. $5 \cdot 5 \cdot 5$ Г. $2 \cdot 2 \cdot 5$
4. Укажи пару чисел, у якій обидва числа є складеними.
А. 18 і 15 Б. 14 і 5 В. 13 і 7 Г. 11 і 16
5. Знайди найбільший спільний дільник чисел 39 і 260.
6. Знайди найменше спільне кратне чисел 55 і 88.
7. Чи є числа 195 і 364 взаємно простими?
8. Якою цифрою треба замінити «зірочку» в числі 3052*, щоб отримане число було кратним числу: 1) 10; 2) 3? Знайди всі розв'язки.
9. Учень розклав марки порівну на дванадцяти аркушах альбому, а потім переклав їх теж порівну на п'ятнадцяти аркушах. Скільки марок в учня, якщо їх більше за 113, але менше ніж 171?

Варіант 3

У завданнях 1–4 обери правильну відповідь із запропонованих (А–Г).

1. Укажи дільник числа 16.

А. 144

Б. 6

В. 5

Г. 4

2. Укажи число, що є кратним числу 5.

А. 167

Б. 165

В. 168

Г. 163

3. Розклади на прості множники число 12.

А. $2 \cdot 2 \cdot 3$

Б. $2 \cdot 2 \cdot 2$

В. $3 \cdot 3 \cdot 3$

Г. $2 \cdot 3 \cdot 3$

4. Укажи пару чисел, обидва числа в якій є простими.

А. 14 і 15

Б. 7 і 18

В. 5 і 17

Г. 16 і 3

5. Знайди найбільший спільний дільник чисел 165 і 44.

6. Знайди найменше спільне кратне чисел 21 і 24.

7. Чи є числа 231 і 550 взаємно простими?

8. Якою цифрою треба замінити «зірочку» в числі 4271*, щоб отримане число було кратним числу: 1) 10; 2) 9? Знайди всі розв'язки.

9. Екскурсанти можуть розміститися у 9-місних або 12-місних мікроавтобусах. В обох випадках вільних місць не залишиться. Скільки всього екскурсантів, якщо їх більше за 69, але менше ніж 107?

Варіант 4

У завданнях 1–4 обери правильну відповідь із запропонованих (А–Г).

1. Укажи дільник числа 18.
А. 144 Б. 6 В. 5 Г. 4
2. Укажи число, що є кратним числу 2.
А. 167 Б. 165 В. 168 Г. 163
3. Розклади на прості множники число 18.
А. $2 \cdot 2 \cdot 3$ Б. $2 \cdot 2 \cdot 2$
В. $3 \cdot 3 \cdot 3$ Г. $2 \cdot 3 \cdot 3$
4. Укажи пару чисел, обидва числа в якій є складеними.
А. 14 і 15 Б. 7 і 18 В. 5 і 17 Г. 16 і 3
5. Знайди найбільший спільний дільник чисел 234 і 65.
6. Знайди найменше спільне кратне чисел 35 і 40.
7. Чи є числа 165 і 308 взаємно простими?
8. Якою цифрою треба замінити «зірочку» в числі 3203^* , щоб отримане число було кратним числу: 1) 5; 2) 3? Знайди всі розв'язки.
9. Туристи для сплаву по річці можуть розміститися у 15-місних або 9-місних човнах. В обох випадках вільних місць не залишиться. Скільки всього туристів, якщо їх більше за 87, але менше ніж 129?